

Qualitative Spatial Reasoning

Schlussfolgern über qualitative räumliche Zusammenhänge

Simeon Maxein

Universität Koblenz

Zusammenfassung Diese Ausarbeitung gibt eine kurze Übersicht über das Thema Qualitative Spatial Reasoning, indem ausgehend von Allen's Intervallkalkül mehrere bekannte Ansätze zur qualitativen Repräsentation von räumlichem Wissen vorgestellt werden, sowie Techniken um mit diesen Repräsentationen zu arbeiten.

1 Übersicht

Die Repräsentation von räumlichen Informationen und das Schlussfolgern darauf ist in vielen Bereichen der KI von großer Bedeutung, beispielsweise bei der Wegplanung oder beim Verstehen natürlichsprachlicher Aussagen. Dabei sind die zur Verfügung stehenden Informationen oft keine numerischen Messwerte, sondern nur grobe Zusammenhänge wie „Köln liegt nördlich von Bonn.“ In vielen Fällen sind auch nur diese *qualitativen* Zusammenhänge von Interesse, und eine quantitative Repräsentation wäre unnötig komplex oder zu spezifisch.

1983 stellte Allen seinen Intervallkalkül vor, mit dem es möglich ist, qualitative Informationen über den Zusammenhang zwischen Intervallen festzuhalten und neue Zusammenhänge herzuleiten. Diese Arbeit bildete die Grundlage für einige Kalküle für das Arbeiten mit verschiedenen räumlichen Aspekten z.B. die Form und Topologie von Regionen.

Deshalb befasst sich Abschnitt 2 zunächst mit Allen's Intervallkalkül, obwohl dieser für zeitliche Zusammenhänge entwickelt wurde, bevor in den folgenden Abschnitten auf Kalküle für topologischen Zusammenhang und Richtung eingegangen wird. Zuletzt wird noch kurz ein Reasoner für qualitative räumliche Kalküle vorgestellt.

2 Allen's Intervallkalkül

In [1] beschreibt James Allen einen Kalkül, mit dessen Hilfe es möglich ist, qualitatives Wissen über Zeitintervalle festzuhalten und darauf Schlussfolgerungen zu ziehen. Die Intervalle werden dabei nur durch ihre Beziehung zu anderen Intervallen beschrieben.

Ein Zeitpunkt ohne zeitliche Ausdehnung ist nicht darstellbar, da jedes Intervall in der Darstellung weiter unterteilt werden kann. Das wird aber nicht als Nachteil gesehen, da in der Realität praktisch jedes Ereignis eine (wenn auch

kurze) zeitliche Ausdehnung hat. Auf die Zeitpunkte der Intervallgrenzen wird kein Bezug genommen. Dies würde die Frage aufwerfen, ob diese Grenzen in den Intervallen enthalten sind oder nicht. Wenn beispielsweise zwei Intervalle direkt aufeinanderfolgen sollen ohne sich zu überlappen, müsste eins offen und das andere geschlossen sein, eine Unterscheidung in offene und geschlossene Intervalle bzw. Intervallgrenzen wirkt aber unintuitiv.

Zur Darstellung der zeitlichen Beziehungen identifiziert Allen 13 binäre Basisrelationen auf Intervallen mit der Eigenschaft, dass jedes Paar von Intervallen in genau einer dieser Relationen enthalten ist. Eine Menge von Relationen mit dieser Eigenschaft wird auch als JEPD (Jointly Exhaustive, Pairwise Disjoint) bezeichnet. Aus den Basisrelationen lassen sich durch Vereinigung zusammengesetzte Relationen erzeugen, mit denen Zusammenhänge dargestellt werden können, bei denen nicht genau bekannt ist welche der Basisrelationen zutrifft. Diese zusammengesetzten Relationen werden oft auch als Menge von möglichen Basisrelationen notiert. $\{R_1, R_2, R_3\}$ entspricht dabei $R_1 \cup R_2 \cup R_3$. Zusammen mit der leeren Relation ergeben sich so 2^{13} mögliche Aussagen über den Zusammenhang von zwei Intervallen.

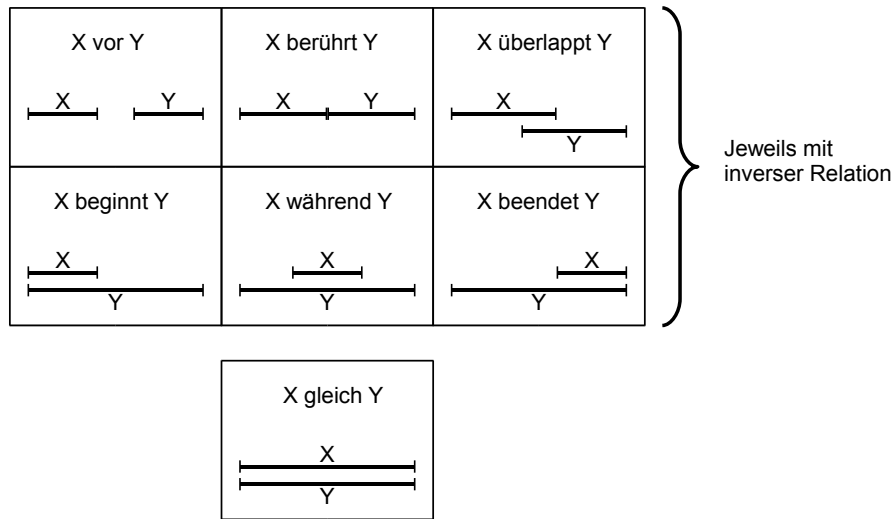


Abbildung 1. Die 13 Basisrelationen in Allen's Intervallkalkül

Mit Hilfe dieser Relationen kann man ein Constraintnetzwerk aus den Intervallen als Variablen und den bekannten Relationen als Constraints aufstellen. Viele Probleme lassen sich durch die Frage nach der Erfüllbarkeit eines solchen Netzwerks ausdrücken. Da die Domäne der Variablen – also die Menge aller Intervalle – unendlich groß ist, lässt sich ein solches Constraint-Satisfaction-Problem aber nicht durch Suchverfahren auf den möglichen Werten der Variablen lösen.

Es ist allerdings möglich, die Konsistenz mit Hilfe einer Constraint Propagation-Technik zu entscheiden.

Definition 1. *Die Relation R' ist eine Verfeinerung von R , falls $R' \subseteq R$ gilt. Das Constraintnetzwerk C' ist eine Verfeinerung des Netzwerks C , falls die Struktur des Netzwerks übereinstimmt und alle Constraints in C' Verfeinerungen der entsprechenden Constraints in C sind.*

Zwischen drei Variablen a , b und c gelten immer drei Constraints $a R_1 b$, $b R_2 c$ und $c R_3 a$, jeweils entweder eine bekannte Einschränkung oder die universelle Relation¹. Nach Definition der Komposition von Relationen ist $R_1 \circ R_2 = \{(a, c) | \exists b : a R_1 b \wedge b R_2 c\}$ die Relation, die alle Paare von Intervallen für a und c enthält die unter Berücksichtigung von R_1 und R_2 möglich sind. Wenn R_3 nicht Untermenge von $R_1 \circ R_2$ ist, ist das Netzwerk nicht *pfadkonsistent*, da R_3 Belegungen für a und c zulässt, die nach R_1 und R_2 ungültig sind.

Um Pfadkonsistenz in ganzen Netzwerk herzustellen, kann man für alle Tripel von Relationen $x R_1 y$, $y R_2 z$ und $z R_3 x$ im Netzwerk R_3 durch $R_3 \cap R_1 \circ R_2$ verfeinern². Da die Relationen dabei geändert werden, müssen Tripel, in denen eine Relation ersetzt wurde erneut betrachtet werden. Entsteht beim Herstellen der Pfadkonsistenz eine leere Relation, so gibt es keine mögliche Belegung für die entsprechenden Variablen, das Netzwerk ist also inkonsistent.

Ein Netzwerk, das nach diesem Verfahren verändert wurde ist äquivalent zum Ausgangsnetzwerk, in dem Sinn, dass es die gleichen Modelle besitzt. Das Herstellen der Pfadkonsistenz erzeugt also ein gleichwertiges verfeinertes Netzwerk. Es gibt Implementierungen dieser Operation, die mit einem Aufwand von $O(n^3)$ arbeiten, wobei n die Anzahl der Variablen im Netzwerk ist.

Diese Technik ist aber allein nicht ausreichend, um die Erfüllbarkeit eines Constraintnetzwerks zu entscheiden, da pfadkonsistente Netzwerke existieren für die es kein Modell gibt. Im Spezialfall, dass alle Constraints im Netzwerk Basisrelationen sind, wird (im Fall von Allen's Kalkül) die Erfüllbarkeit allerdings doch durch Pfadkonsistenz entschieden. Das kann man ausnutzen, um einen Algorithmus zu entwickeln der auch die Konsistenz von Constraintnetzwerken mit zusammengesetzten Relationen entscheidet.

Definition 2. *Ein Szenario eines Constraint-Netzwerks ist eine Verfeinerung des Netzwerks, in der nur Basisrelationen vorkommen.*

Um die Erfüllbarkeit von Netzwerken zu entscheiden, die alle Relationen von Allen's Kalkül enthalten können, könnte man alle möglichen Szenarien des Netzwerks auf Pfadkonsistenz prüfen. Existiert ein pfadkonsistentes Szenario, so ist das Constraintnetzwerk erfüllbar, ansonsten nicht. Um den nötigen Aufwand zu

¹ Die universelle Relation ist die Vereinigung aller Basisrelationen und steht für „keine Einschränkung“.

² Da im Kalkül nur Relationen zulässig sind, die sich durch Vereinigung der Basisrelationen darstellen lassen, setzt dieser Schritt voraus, dass die Menge der Relationen im Kalkül unter Komposition abgeschlossen ist.

verringern, kann ein Backtracking-Verfahren eingesetzt werden, welches wiederholt eine mögliche Verfeinerung für eine Relation des Netzwerks einsetzt und danach Pfadkonsistenz herstellt. Sobald eine Inkonsistenz gefunden wird, wird die zuletzt durchgeführte Verfeinerung durch die nächste mögliche Auswahl ersetzt. Der Pseudocode für den Algorithmus lässt sich wie folgt schreiben³; C ist dabei eine Menge von Constraints, der Algorithmus liefert true zurück, falls die Menge konsistent ist, sonst false.

Konsistenz(C):

1. Stelle Pfadkonsistenz her
2. Falls C die leere Relation enthält, gib false zurück
3. Falls keine zusammengesetzte Relation in C existiert, gib true zurück
4. Ansonsten wähle eine zusammengesetzte Relation $R(x, y) = \{BR_1, BR_2, \dots\}$ und teile R in die enthaltenen Basisrelationen BR_1, BR_2, \dots, BR_n auf.
5. Für jede der Basisrelationen BR_i ($1 \leq i \leq n$):
 - (a) Ersetze im Netzwerk C die Relation $R(x, y)$ durch $BR_i(x, y)$
 - (b) falls Konsistenz(C) == true, gib true zurück.

Die Komposition von zwei Relationen ist oft nicht effizient zu bestimmen. Aus diesem Grund werden die Kompositionen aller Basisrelationen in einer Kompositionstabelle (auch Transitivitätstabelle genannt) vorgegeben. Die Komposition zusammengesetzter Relationen wird gebildet, indem die Kompositionen aller möglichen Paare von enthaltenen Basisrelationen vereinigt werden.

Tabelle 1. Auszug aus Allen's Kompositionstabelle

| $R_1 \setminus R_2$ | < | o | d |
|---------------------|---|-----------|-----------|
| vor (<) | < | < | < o m d s |
| überlappt (o) | < | < o m | o d s |
| während (d) | < | < o m d s | d |

m = berührt (meets), s = beginnt (starts)

Der Intervallkalkül lässt sich auch zur Beschreibung von mehrdimensionalen Räumen nutzen, indem für jede Achse des Raums eine Projektion der Objekte mit den oben vorgestellten 13 Relationen beschrieben wird. Für manche Anwendungen kann dieser Ansatz ausreichen, aber in dieser Darstellung gehen einige Informationen über die Szene verloren die wichtig erscheinen, z.B. ob ein Objekt sich in einem anderen befindet oder nicht.

3 Der Regionsverbindungskalkül

Der Regionsverbindungskalkül (Region Connection Calculus, RCC) beschreibt den räumlichen Zusammenhang zwischen Regionen. Eine Region ist dabei ein

³ Nach [3], vereinfacht für Kalküle, bei denen Szenariokonsistenz die globale Konsistenz entscheidet

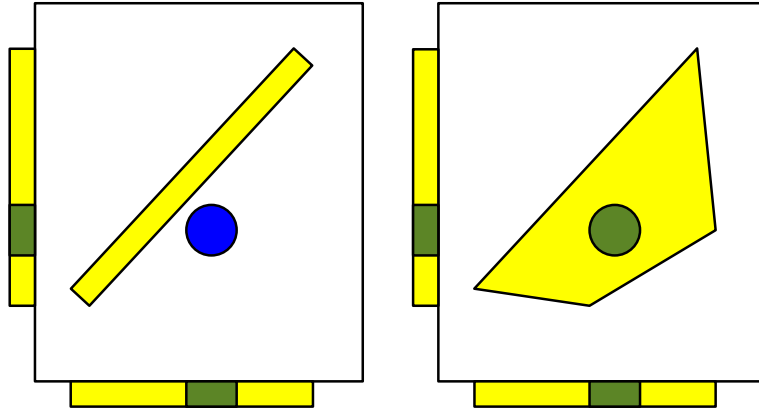


Abbildung 2. Nachteil der Erweiterung des Intervallkalküls auf mehrere Dimensionen: Es wäre oft interessant diese Szenen unterscheiden zu können, aber die Projektionen der Objekte sind identisch.

vollständig n -dimensionaler Bereich in einem n -dimensionalen Raum. Wenn der betrachtete Raum dreidimensional ist, sind also vollkommen flache Regionen oder Regionen, die flache Bereiche aufweisen, nicht repräsentierbar, ähnlich wie im Intervallkalkül keine Zeitpunkte dargestellt werden können. Eine Region darf aber aus mehreren Teilen bestehen, die nicht verbunden sind. Die Grundlage des Kalküls bildet eine binäre Relation C über Regionen, die bestimmt, ob zwei Regionen verbunden sind oder nicht. Aufbauend darauf können verschiedene weitere Relationen definiert werden, beispielsweise EQ , das für die Gleichheit von zwei Regionen steht:

$$EQ(x, y) \Leftrightarrow \forall z [C(z, x) \Leftrightarrow C(z, y)]$$

Um mit diesem Kalkül ähnlich arbeiten zu können wie mit Allen's Intervallkalkül können wir aus C mehrere JEPD-Relationen herleiten. Die am häufigsten verwendete Relationsmenge ist vermutlich $RCC8$, die aus acht Relationen besteht.

Mit den Relationen in $RCC8$ kann man wie auch beim Intervallkalkül Constraintnetzwerke aufstellen, deren Erfüllbarkeit sich ebenfalls durch die Kombination von Pfadkonsistenz und Backtracking entscheiden lässt.

4 Projektions- und konusbasierte Richtungsalgebra

Auch aus qualitativen Richtungsangaben, z.B. den Himmelsrichtungen lassen sich durch Verkettung Schlüsse ziehen. Gilt beispielsweise für drei Punkte A , B und C , dass A nördlich von B und B nördlich von C ist, lässt sich folgern, dass

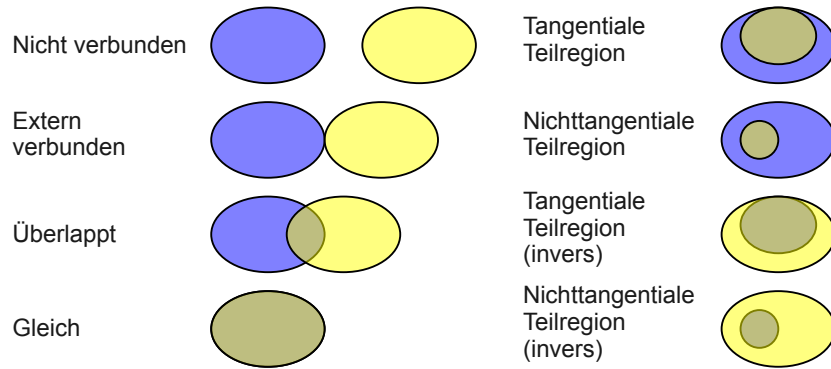


Abbildung 3. Die Basisrelationen von RCC8

A nördlich von C ist. Andere Folgerungen hängen jedoch stark davon ab, wie man die Richtungen formalisiert.

In [4] beschreibt Andrew Frank verschiedene Repräsentationen für Richtungen im zweidimensionalen Raum sowie jeweils eine zugehörige Algebra, mit deren Hilfe aus mehreren Richtungsangaben neue gefolgert werden können.

Der konusbasierte Ansatz ordnet jeder qualitativen Richtung einen Winkelbereich zu, so dass die Fläche ausgehend vom Startpunkt in mehrere dreiecksartige Segmente aufgeteilt wird. Es gibt noch eine zusätzliche Richtung EQ die bedeutet, dass der Zielpunkt zu nah für eine sinnvolle Richtungsangabe am Ausgangspunkt liegt. Bei der Verkettung von zwei Richtungen kann sich der Ergebnispunkt in jeder Richtung befinden, die von den beiden verketteten eingeschlossen wird, die Richtungsalgebra nach Frank beschränkt sich jedoch auf das geschätzte Ergebnis, dass die neue Richtung genau zwischen den Ausgangsrichtungen liegt. Falls zwei genau entgegengesetzte Richtungen verkettet werden, ist das Ergebnis EQ. Falls die Mitte zwischen den Richtungen auf die Grenze zwischen zwei Richtungen fällt, beispielsweise beim Verketteten benachbarter Richtungen, wird willkürlich die Richtung gewählt, die weiter im Uhrzeigersinn liegt.

Beim projektionsbasierten Ansatz wird die Fläche in mehrere Paare von Halbebenen aufgeteilt, zum Beispiel Nord-Süd und Ost-West, und es wird für jedes Paar angegeben, auf welcher Halbebene der Zielpunkt liegt, also z.B. (Nord, Ost). Um auch z.B. die Richtung „Norden“ ausdrücken zu können, wird eine neutraler Zone definiert, die im Beispiel der Nord-Süd-Aufteilung weder Norden noch Süden ist (siehe Abbildung 4). Die verschiedenen Projektionen werden zur Verkettung nach Frank's Algebra unabhängig voneinander betrachtet, so dass es in jeder Projektion nur neun mögliche Verkettungen gibt. Verkettung von zwei gleichen Richtungen X ergibt wieder X, Verkettung einer Richtung X mit der

neutralen Richtung ergibt ebenfalls X, und Verkettung der entgegengesetzten Richtungen ergibt die neutrale Richtung.

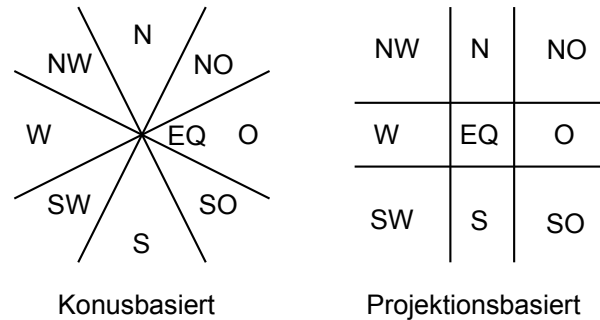


Abbildung 4. Verschiedene Ansätze zur Beschreibung von Richtungen

Das Ergebnis der Verknüpfung ist bei beiden Ansätzen oft nicht exakt, da keine Information über das Verhältnis der Entfernungen zwischen den Punkten bekannt ist. Verkettet man beispielsweise Nordwesten und Südosten, erhält man EQ als Ergebnis - abhängig von den genauen Richtungen und Entfernungen könnte der resultierende Punkt aber bei tatsächlich in jeder der qualitativen Richtungen liegen.

Beschreibt man die Verkettung dagegen als Komposition von Relationen, kann man mit Hilfe einer dem Ansatz entsprechenden Kompositionstabelle wieder auf den Pfadkonsistenzalgorithmus zurückgreifen.

5 Der Doppelkreuzkalkül

In Frank's Richtungsalgebra wurden Richtungen in einem festgelegten Bezugssystem betrachtet. Für viele Anwendungen sind aber objektbezogene Richtungen interessant, z.B. ob sich ein Hindernis vor, hinter oder neben einem Fahrzeug befindet. Diese Art von Information kann man mit dem Doppelkreuzkalkül von Christian Freksa ausdrücken. Dieser stellt im zweidimensionalen Raum mit 17 JEPD-Relationen die Position eines Punkts im Bezug zu einer gerichteten Linie dar. Unterschieden wird dabei, ob sich der Punkt vor, hinter oder neben der Linie, oder genau senkrecht neben dem Linienanfang oder -ende befindet, und ob der Punkt links, rechts oder auf der Linie ist. Zu diesen 15 Fällen kommt noch die Möglichkeit, dass Start- und Endpunkt der Linie identisch sind; In diesem Fall kann man nur noch unterscheiden, ob sich der untersuchte Punkt ebenfalls an der gleichen Position befindet oder nicht.

Da die Relationen sich auf drei Punkte beziehen, also ternär sind, kann man das Pfadkonsistenzverfahren nicht unverändert für diesen Kalkül einsetzen. Be-

reits die Konsistenzprüfung eines Constraintnetzwerks, das nur aus den Basisrelationen besteht, ist NP-Schwer.

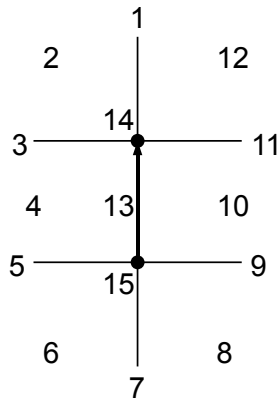


Abbildung 5. 15 der 17 Basisrelationen im Doppelkreuzkalkül

6 SparQ

SparQ ist eine freie⁴ Implementierung eines Reasoners für verschiedene QSR-Kalküle. Alle hier besprochenen Kalküle bis auf den konusbasierten Richtungskalkül sind dort bereits eingebaut, und das hinzufügen neuer Kalküle soll mit geringen Aufwand möglich sein. Neben verschiedenen Operationen auf Relationen (Komposition, Komplementbildung, Invertierung, ...) wird auch das Herstellen der Pfadkonsistenz von Constraintnetzwerken sowie eine Suche nach möglichen Szenarien unterstützt, wobei ein Backtracking-Verfahren wie das oben besprochene angewendet wird.

Ein weiteres interessantes Feature ist das „Qualifizieren“ einer quantitativen Beschreibung. Dazu gibt man den gewünschten Kalkül und z.B. eine Menge von Punkten an, und erhält ein Constraintnetzwerk, das die vorgegebene Situation beschreibt. Es wird entweder ein vollständiges Szenario generiert, oder ein Netzwerk, das eine Relation vom ersten angegebenen Objekt zu jedem anderen enthält.

Literatur

1. Allen, J. F.: Maintaining knowledge about temporal intervals. *Communications of the ACM* 26(11) 832–843 (1983)

⁴ Lizenziert unter der GNU GPL

2. Cohn, A. G., Bennett, B., Gooday, J., Gotts, N. M.: Qualitative Spatial Representation and Reasoning with the Region Connection Calculus. *Geoinformatica*, 1, 1–44 (1997)
3. Renz, J., Nebel, B.: Qualitative spatial reasoning using constraint calculi. *Handbook of Spatial Logics* (2007)
4. Frank, A.: Qualitative Spatial Reasoning about Cardinal Directions. *ACSM-ASPRS Auto-Carto 10* (1991)
5. Scivos, A., Nebel, B.: Double-Crossing: Decidability and Computational Complexity of a Qualitative Calculus for Navigation. *Lecture notes in computer science* (2001)