

Spatial Reasoning

Schlussfolgern über räumliche Zusammenhänge

Simeon Maxein

1. März 2009

Was ist Spatial Reasoning?

Spatial Reasoning ist das Arbeiten mit Wissen über räumliche Zusammenhänge.

- Repräsentation von räumlichem Wissen
- Schlussfolgern auf diesem Wissen

Quantitative und Qualitative Eigenschaften

- Quantitativ: Durch einen Zahlwert bestimmt
 - Beispiel: Die Richtung vom D-Gebäude zur Bibliothek ist 285°
 - Für Messungen oder Rechnersehen interessant
 - Genaue Zahlwerte oft nicht bekannt
- Qualitativ: Unterscheidung von wenigen Zuständen
 - Beispiel: Bonn liegt nördlich von Koblenz
 - Entspricht eher unserer Denk- und Sprechweise
 - Interessant für Sprachverstehen
 - Unterschiedene Zustände sind Anwendungsabhängig

Dieser Vortrag beschäftigt sich mit Qualitativem Spatial Reasoning (QSR).

JEPD-Relationen

Zusammenhänge sind oft als binäre Relationen darstellbar.

Beispiel:

- Koblenz *liegt in* Deutschland
- Bonn *ist nordwestlich von* Koblenz

Die Relationen sollten

- Erschöpfend sein (jeder Zusammenhang darstellbar)
- sich gegenseitig ausschließen (z.B. nördlich und südlich)

Zwischen zwei Objekten gilt dann immer genau eine Relation. Die Relationen sind dann JEPD (Jointly Exhaustive, Pairwise Disjoint)

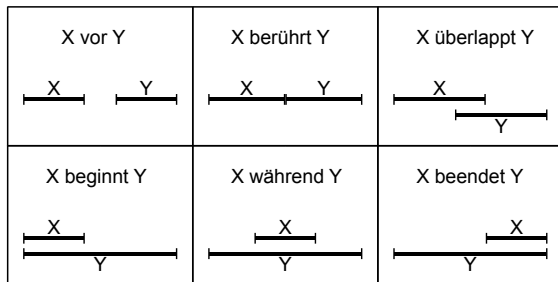
Allen's Intervallkalkül

1983, James F. Allen:

Maintaining knowledge about temporal intervals

- Entwickelt für das Arbeiten mit zeitlichen Zusammenhängen
- 13 binäre JEPD-Relationen auf Intervallen
- Eindimensional
- Kein Konzept von Zeitpunkten
 - In Realität hat alles eine zeitliche Ausdehnung
 - Keine Unterscheidung in offene/geschlossene Intervalle
- Wird in vielen Arbeiten zu Spatial Reasoning zitiert

Relationen im Intervallkalkül



Jeweils mit
inverser Relation

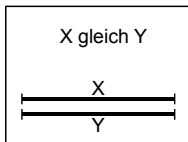
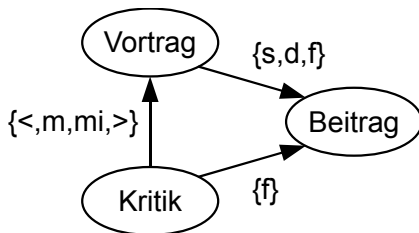


Abbildung von Wissen

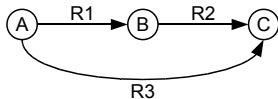
- Festhalten einer Menge möglicher Basisrelationen zwischen Paaren von Intervallen
- Bekannter Zusammenhang: Genau eine Basisrelation
- Mehrere mögliche Zusammenhänge: Zusammengesetzte Relation



Konsistenz des Constraint-Netzwerks

- Viele Probleme als Konsistenz im Netzwerk definierbar
- Globale Konsistenz (Existenz eines Modells) schwer zu beweisen
- Lokale Konsistenz: Das Netzwerk wird in kleinen Teilstücken auf Konsistenz geprüft
 - Meistens deutlich weniger Aufwand
 - Lokale Inkonsistenz beweist globale Inkonsistenz
 - Die Umkehrung gilt im allgemeinen nicht.

Pfadkonsistenz



- Konsistenz der Constraints zwischen je 3 Variablen
- Beispiel (reelle Zahlen): Aus $A < B$ und $B < C$ folgt $A < C$
- $R3$ kann durch die Schnittmenge $R3 \cap R1 \circ R2$ verfeinert werden.
- Entsteht dabei die leere Relation, ist das Netzwerk inkonsistent
- Das Ergebnis ist gleichwertig zum Ausgangsnetzwerk

Transitivitätstabellen

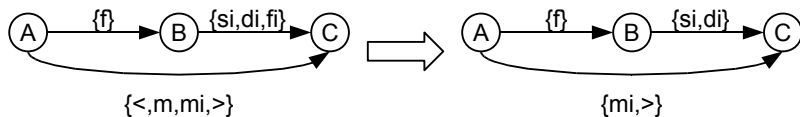
- Verkettung $R_1 \circ R_2$ ist oft aufwändig
- Lösung: Vorberechnung der Verkettung der Basisrelationen
- Verkettung zusammengesetzter Relationen:
Vereinigung der Verkettung aller Paare von Basisrelationen

Tabelle: Auszug aus Allen's Transitivitätstabelle

$R_1 \setminus R_2$	<	o	d
vor (<)	<	<	< o m d s
überlappt (o)	<	< o m	o d s
während (d)	<	< o m d s	d

m = berührt (meets), s = beginnt (starts)

Pfadkonsistenz (Beispiel)



Pfadkonsistenz für A=Kritik, B=Beitrag, C=Vortrag:

- $f \circ si = \{>, oi, mi\}$
- $f \circ di = \{>, oi, mi, di, si\}$
- $f \circ fi = \{f, fi, eq\}$
- $f \circ \{si, di, fi\} = f \circ si \cup f \circ di \cup f \circ fi = \{>, oi, mi, di, si, f, fi, eq\}$

Backtracking

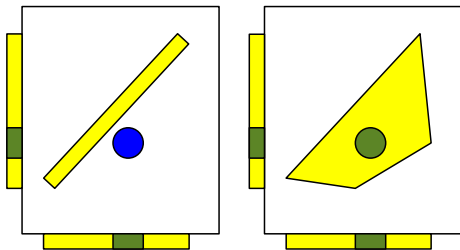
Definition

Ein *Szenario* ist ein Constraintnetzwerk, das nur mit Basisrelationen belegt ist.

- Die Konsistenz eines Szenarios kann im Intervallkalkül durch Pfadkonsistenz entschieden werden
- Idee: Suche nach einem konsistenten Szenario durch Verfeinern zusammengesetzter Relationen zu Basisrelationen
- Backtracking bei Inkonsistenz
- Pfadkonsistentes Szenario existiert \Rightarrow Global konsistent
- Ansonsten ist das Netzwerk inkonsistent

Allen's Kalkül und höhere Dimensionen

Idee: Allen's Relationen auf Projektionen einer mehrdimensionalen Situation benutzen (einmal pro Achse)



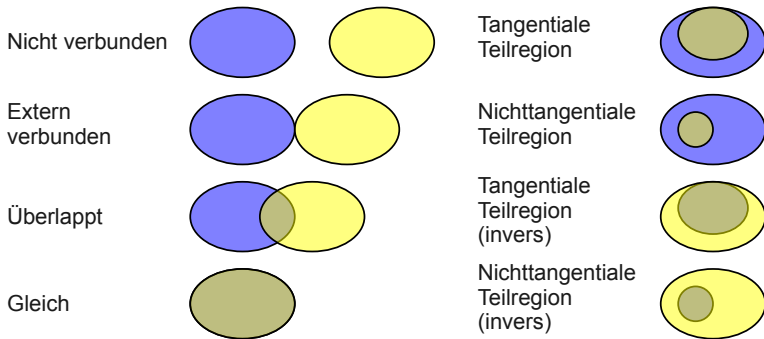
- Für manche Anwendungen brauchbar
- Oft wichtige räumliche Information geht verloren

Der Regionsverbindungskalkül (RCC8)

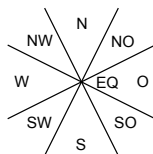
1997, Cohn, Bennett, Gooday, Gotts: *Qualitative Spatial Representation and Reasoning with the Region Connection Calculus*

- Beschreibt topologische Zusammenhänge zwischen Regionen
- 8 binäre JEPD-Relationen auf Regionen
 - Eine Region ist ein vollständig n-dimensionaler Bereich in einem n-dimensionalen Raum
- Basiert auf einer einzigen Relation $C(x,y)$ („x und y sind verbunden“) und mehreren Axiomen darüber
- Einsetzbar in beliebig hohen Dimensionen

Relationen in RCC8



Frank's Richtungsalgebra



Konusbasiert

NW	N	NO
W	EQ	O
SW	S	SO

Projektionsbasiert

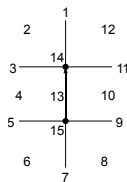
1991, Andrew Frank:

Qualitative Spatial Reasoning about Cardinal Directions

- Beschreibt die Richtung zwischen zwei Punkten
- Erlaubt das Folgern einer Gesamtrichtung aus der Kombination von zwei Richtungen
 - Manche Folgerungen sind nicht exakt

Der Doppelkreuzkalkül

1992, Christian Freksa: *Using Orientation Information for Qualitative Spatial Reasoning*



- Beschreibt die Position eines Punktes relativ zu einer gerichteten Linie
- 17 ternäre Basisrelationen
- Techniken für binäre Relationen nicht direkt übertragbar
- CSP-Lösung auf den Basisrelationen bereits NP-Schwer

Entfernung

- Skalare Größe
- Unterteilungen „nah“, „fern“ stark domänenabhängig
- Relative Entfernung als ternäre Relation „näher als“ darstellbar
 - A ist näher an B als an C
- Kombination mit Richtung sinnvoll

SparQ - Ein Reasoner für QSR-Kalküle

<http://www.sfbtr8.uni-bremen.de/project/r3/sparq/>

- Konsistenzprüfung von Constraint-Netzwerken
 - Pfadkonsistenz mit Ausgabe des veränderten Netzwerks
 - Szenariokonsistenz mit Ausgabe möglicher Szenarien
- Qualifizierung von quantitativen Beschreibungen
- Operationen auf einzelnen Relationen
 - Komposition
 - Komplementbildung
 - ...
- Viele unterstützte Kalküle, z.B. Allen, RCC8
- Einfaches Hinzufügen neuer Kalküle