

# Proseminar Farbmanagement SS2009

## Thema 2 - Grundlagen II

Alexander Dreher  
alexdreher@uni-koblenz.de

Betreuer: Prof. Dr. Stefan Müller  
Niklas Henrich  
Institut für Computervisualistik, AG Computergraphik  
Universität Koblenz-Landau

## 1 Einführung

Nachdem Anfang des 19. Jahrhunderts festgestellt und untersucht wurde, wie die menschliche Farbwahrnehmung funktioniert und dies in der Seminararbeit zu *Thema 1 - Grundlagen I* behandelt wurde, befasst sich diese Arbeit mit der physikalischen Seite, zum Beispiel wie man Farben technisch festhalten kann.

## 2 CIE Normvalenzsystem

Im Jahr 1930 führten John Guild und David Wright Tests durch, um die menschlich wahrnehmbaren Farben numerisch erfassen zu können.

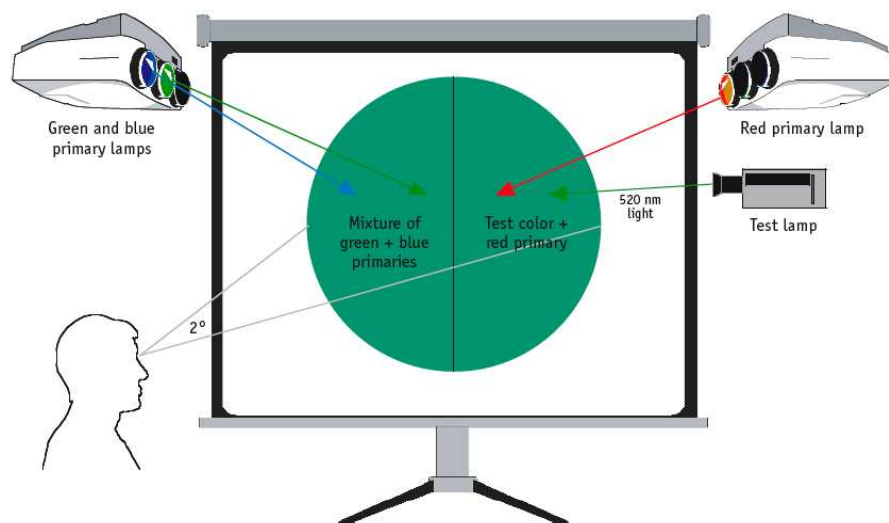


Abbildung 1: Farbübereinstimmungsexperiment [2, S. 11, Fig. 1-15]

Dazu blickte ein Proband auf eine Fläche mit einem 2°-Blickwinkel zur Blickrichtung. Dort befand sich ein geteilter Schirm, auf welchen auf der einen Hälfte mit festgelegten Farbfiltern nacheinander je eine Farbe projiziert wurde (siehe Abbildung 1). Die Aufgabe der Probanden war nun, mithilfe von drei Strahlern in den Grundfarben Rot, Grün und Blau durch Einstellen der Lichtstärke die vorgegebene Farbe möglichst genau auf der anderen Hälfte des Schirmes nachzubilden (siehe [1, S. 1-2], vgl. auch [2, S. 10ff]). Die Messwerte von diesen Tests sind im Diagramm in Abbildung 2 zu sehen.

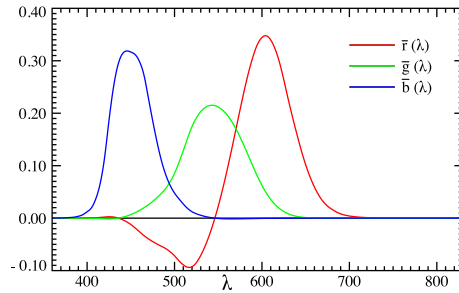


Abbildung 2: CIE1931 RGB Normspektralwertfunktionen [3]

Da bei einigen getesteten Farben keine Übereinstimmung gefunden werden konnte, durften die Beobachter in diesem Fall zusätzlich Licht von einer Grundfarbe zur Testfarbe hinzufügen. Die negativen Werte in Abbildung 2 resultieren daraus.

1931 adaptierte die CIE (Commission internationale de l'éclairage) diese Ergebnisse und transformierte sie von den Grundgrößen RGB in XYZ, sodass in dem Diagramm keine negativen Werte mehr auftauchen. Diese *CIE XYZ Normspektralwertfunktionen* sind in Abbildung 3 zu sehen.

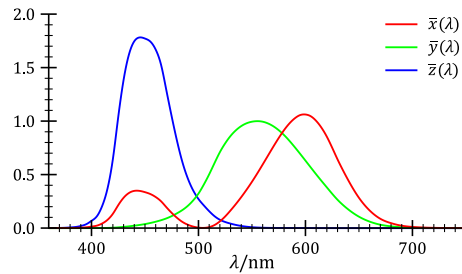


Abbildung 3: CIE1931 XYZ Normspektralwertfunktionen [4]

Das CIE-Normvalenzsystem, oder auch CIE-XYZ wurde definiert, um eine Verbindung zwischen der menschlichen Farbwahrnehmung und den physikalischen Ursachen der Farbvalenz herzustellen. Es repräsentiert die menschlichen Farbwahrnehmung und ist somit ein wahrnehmungsbezogenes Farbbeschreibungssystem, welches logischerweise geräteunabhängig ist.

### 3 Farbräume

Dieser Abschnitt stellt weitere Farbräume vor. Zur Einordnung der von dem jeweiligen Farbraum darstellbaren Farben wird zunächst die CIE-Normfarbtafel vorgestellt.

#### 3.1 CIE Normfarbtafel

Um die Farben aus dem dreidimensionalen Farbraum mit den Koordinaten X, Y und Z anschaulicher darstellen zu können wurde die CIE-Normfarbtafel (auch xy-Chromatizitätsdiagramm genannt) entwickelt. Siehe dazu Abbildung 4.

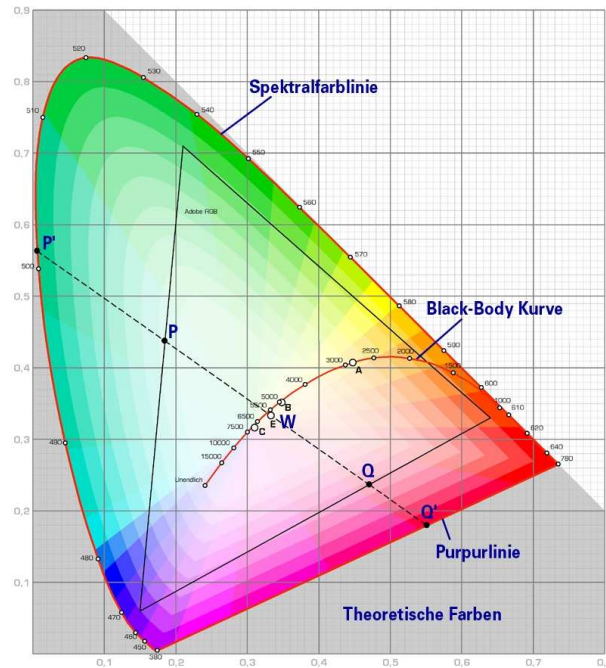


Abbildung 4: CIE Normfarbtafel [5]

Mit

$$x = \frac{X}{(X + Y + Z)}, y = \frac{Y}{(X + Y + Z)} \text{ und } z = \frac{Z}{(X + Y + Z)}$$

kann man die CIE-XYZ-Werte auf der Normfarbtafel darstellen (siehe [2, Seite 15]). Man benötigt aufgrund der Zweidimensionalität des Diagramms nur die x-

und  $y$ -Werte. Der  $z$ -Wert wird unter Zuhilfenahme der Grundbedingung

$$x + y + z = 1$$

berechnet, diese Bedingung kann man einfach nach

$$z = 1 - x - y$$

umstellen und erhält damit den korrespondierenden  $z$ -Wert.

Die Farben auf der Normfarbtafel entsprechen logischerweise nicht der Realität, da ein Computermonitor nur über eine begrenzte Anzahl von darzustellenden Farben verfügt. Sie dienen also nur der groben Orientierung im Farbsystem.

Zentraler Punkt des Diagrams ist der mit  $W$  bezeichnete Punkt, der den so genannten Weißpunkt darstellt, also das theoretisch perfekte Weiß, in welchem jeder der drei Farben gleich häufig vorkommt (also zu je  $\frac{1}{3}$ ). Dieser kann - je nach Beleuchtung - an jeder Position in der Hufeisenform befindlich sein.

### 3.2 RGB-Farbmodell

Das RGB-Farbmodell wird bei farbabgebenden Systemen wie CRT-Monitoren oder Scannern eingesetzt. Definiert werden die Farben durch drei Angaben (siehe auch Graßmansche Gesetze, welche in einer weiteren Seminararbeit behandelt werden). Bei RGB sind dies der Rot-, Grün- und Blauanteil, welche additiv miteinander gemischt werden.

RGB an sich ist nicht standardisiert und muss mit gerätespezifischen ICC-Profilen gekoppelt werden, um Farben "richtig" darstellen zu können.

Verschiedene Firmen und Organisationen haben RGB standardisiert, zum Beispiel AdobeRGB oder sRGB von Microsoft und Hewlett-Packard. Der sRGB-Farbraum wird später in dieser Arbeit genauer vorgestellt.

Die Angaben für die drei Kanäle  $R$ ,  $G$  und  $B$  können im Intervall zwischen 0 und 1, als Prozent oder diskret angegeben werden. In der Computertechnik stehen oftmals für jeden Kanal ( $R$ ,  $G$  und  $B$ ) jeweils 8-Bit zur Verfügung ( $2^8 = 256$  Farbwerte, also Werte zwischen 0 und 255), wobei 0 für keinen Anteil steht und 255 für den Maximalanteil des jeweiligen Kanals. Die Angabe (0, 0, 0) steht somit für Schwarz und (255, 255, 255) für Weiß.

Oftmals werden die Angaben im Hexadezimalsystem kodiert (z.B. bei der Gestaltung von Internetseiten in der Hypertext Markup Language (HTML) oder Cascading Stylesheets (CSS)), dann kann analog zur Angabe im Dezimalsystem jeder Kanal mit Werten zwischen  $00_{16}$  und  $FF_{16}$  im Format  $\#RRGGBB$  (die ersten beiden Stellen für der Rotanteil, die nächsten beiden für den Grün- und die letzten beiden Stellen für den Blauanteil) angegeben werden. Zum Beispiel  $\#000000$  für Schwarz oder  $\#FFFFFF$  für weiß.

### 3.2.1 sRGB

sRGB ist - wie im Abschnitt RGB-Farbmodell erläutert - ein standardisierter RGB-Farbraum, welcher von Hewlett-Packard und Microsoft erschaffen wurde [6]. sRGB bezieht sich speziell auf CRT-Monitore, welche mit Hilfe von drei Phosphoren Farben erzeugen.

Der sRGB-Farbraum ist – wie jeder Farbraum aus dem RGB-Farbmodell – ein Teilraum des CIE-XYZ-Farbraumes. Auf Abbildung 5 sieht man den sRGB-Gamut (das schwarze Dreieck) im xy-Chromatizitätsdiagramm (CIE-Normfarbtafel). Das Hufeisen stellt dabei den Umfang vom CIE-XYZ-Farbsystem dar.

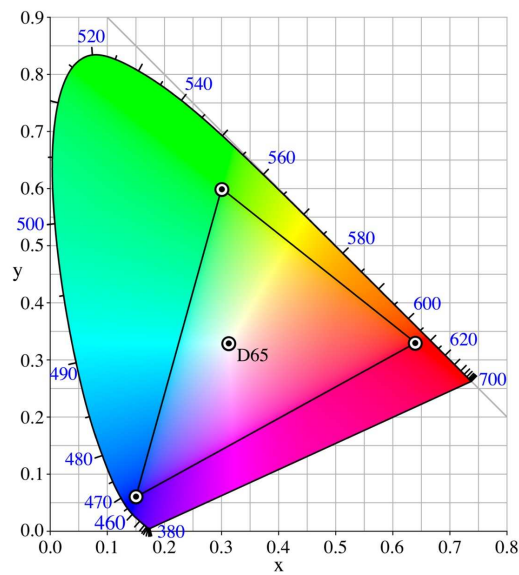


Abbildung 5: sRGB-Gamut im xy-Chromatizitätsdiagramm [7]

### 3.2.2 Umrechnung von RGB in Graustufen

Theoretisch könnte man den RGB-Farbwert ganz einfach mit der Formel

$$\eta = \frac{R + G + B}{3}$$

berechnen.

Der resultierende Wert entspricht aber nicht der Realität, da die menschliche Farbwahrnehmung die verschiedenen Lichtspektren unterschiedlich stark

wahrnimmt. Deswegen gewichtet man die einzelnen Farbspektren entsprechend, damit sie näher an die menschliche Farbwahrnehmung heran reichen:

$$\mathfrak{Y} = 0,299 \cdot R + 0,587 \cdot G + 0,114 \cdot B$$

### 3.2.3 Umrechnung von RGB in und von XYZ

Für die Umrechnung von RGB in XYZ und umgekehrt werden 3x3-Farbmatrizen angegeben. Die Farbmatrizen sind immer geräteabhängig und werden wie folgt hergeleitet:

Auf dem Gerät (zum Beispiel einem Monitor) werden die Farben Rot (1, 0, 0), Grün (0, 1, 0) und Blau (0, 0, 1) – wobei die 1 jeweils für den Maximalwert steht – angezeigt. Dann werden die resultierenden XYZ-Werte gemessen, welche dann für das entsprechenden Gerät gelten. Das Resultat:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{RGB}} \rightarrow \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{RGB}} \rightarrow \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\text{RGB}} \rightarrow \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix},$$

Die Umrechnung erfolgt dann mit Hilfe dieser berechneten (oder vom Hersteller gegebenen) Farbmatrix:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r & X_g & X_b \\ Y_r & Y_g & Y_b \\ Z_r & Z_g & Z_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

Umgekehrt müsste man den XYZ-Wert durch die Farbmatrix  $M$  teilen, was ja bekanntlich nicht erlaubt ist, also multipliziert man mit der inversen Farbmatrix  $M^{-1}$ :

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

Die folgenden Formeln mit der gegebenen Farbmatrix beziehen sich auf sRGB.

Umrechnung von sRGB in XYZ:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4124 & 0,3576 & 0,1805 \\ 0,2126 & 0,7152 & 0,0722 \\ 0,0193 & 0,1192 & 0,9505 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{sRGB} \\ G_{sRGB} \\ B_{sRGB} \end{bmatrix}$$

Und umgekehrt von XYZ in sRGB – natürlich mit der inversen Farbmatrix:

$$\begin{bmatrix} R_{sRGB} \\ G_{sRGB} \\ B_{sRGB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,2410 & -1,5374 & -0,4986 \\ -0,9692 & 1,8760 & 0,0416 \\ 0,0556 & -0,2040 & 1,0570 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

### 3.3 L\*a\*b\*

Der L\*a\*b\*-Farbraum (oder auch CIE-LAB) wurde 1976 von der *Commission Internationale de l'Éclairage (CIE)* für die Spezifikation von Farbabständen entwickelt (siehe [8, S. 185]).

Der L\*a\*b\*-Farbraum ist wie CIE-XYZ ebenfalls geräteunabhängig. Er umfasst alle menschlich wahrnehmbaren Farben.

Die euklidischen Abstände, welche man mit der  $\Delta E_{ab}^*$ -Formel (siehe 3.3.3) bestimmen kann, sollen den empfindungsgemäß gleichen Farbabständen entsprechen. Das hat den großen Vorteil gegenüber dem RGB-Farbmodell, dass Farbwertunterschiede berechenbar sind.

Die Farbwerte werden in einem 3-dimensionalen Koordinatensystem mit den Achsen  $L^*$ ,  $a^*$  und  $b^*$  angegeben.

Auf der  $a^*$ -Achse (Werte zwischen -150 und 100) stehen sich die Farben Grün (-150) und Rot (100) gegenüber, auf der  $b^*$ -Achse (Werte zwischen -100 und 150) die Farben Blau (-100) und Gelb (150). Die  $L^*$ -Achse (Werte zwischen 0 (Schwarz) und 100 (Weiß)) steht senkrecht auf den Achsen  $a^*$  und  $b^*$  und bildet die Helligkeit ab, wie Abbildung 6 zeigt. CIE-LAB bildet dabei keine perfekte, sondern eine eingedellt deformierte Kugel.

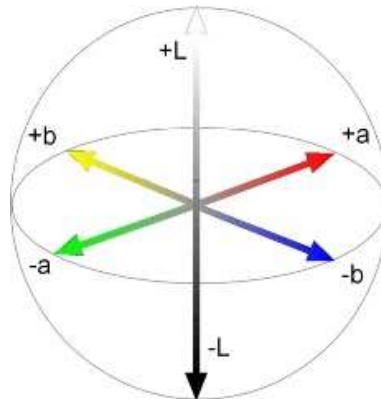


Abbildung 6: CIELAB-Achsen [10]

#### 3.3.1 Umrechnung von XYZ zu L\*a\*b\*

Um die L\*a\*b\*-Koordinaten von CIE-XYZ zu berechnen, benötigt man zum einen den XYZ-Farbwert und den referenzierten Weißpunkt  $X_n Y_n Z_n$ . Mit diesen beiden Angaben kann man mithilfe folgender Formeln die korrespondierenden L\*a\*b\*-Koordinaten berechnen (siehe [8, S. 186]):



$$L^* = 116 \cdot \sqrt[3]{\frac{Y}{Y_n}} - 16$$

$$a^* = 500 \cdot \left( \sqrt[3]{\frac{X}{X_n}} - \sqrt[3]{\frac{Y}{Y_n}} \right)$$

$$b^* = 200 \cdot \left( \sqrt[3]{\frac{Y}{Y_n}} - \sqrt[3]{\frac{Z}{Z_n}} \right)$$

Limitierung für diese Formeln: Die Werte für  $\frac{X}{X_n}$ ,  $\frac{Y}{Y_n}$  und  $\frac{Z}{Z_n}$  müssen jeweils größer als 0.01 sein.

### 3.3.2 Umrechnung von RGB zu L\*a\*b\*

Um RGB in L\*a\*b\*-Koordinaten umzurechnen, geht man den Weg über XYZ. Also RGB zu XYZ (siehe 3.2.3) und dann XYZ zu L\*a\*b\* (siehe 3.3.1).

### 3.3.3 Farbabstand Delta E

Der Farbabstand Delta E wird aus den Koordinaten zweier Farbwerte im L\*a\*b\*-Farbraum mit folgender Formel berechnet:

$$\Delta E_{ab} = \sqrt{(L_1^* - L_2^*)^2 + (a_1^* - a_2^*)^2 + (b_1^* - b_2^*)^2}$$

## 4 Metamerie

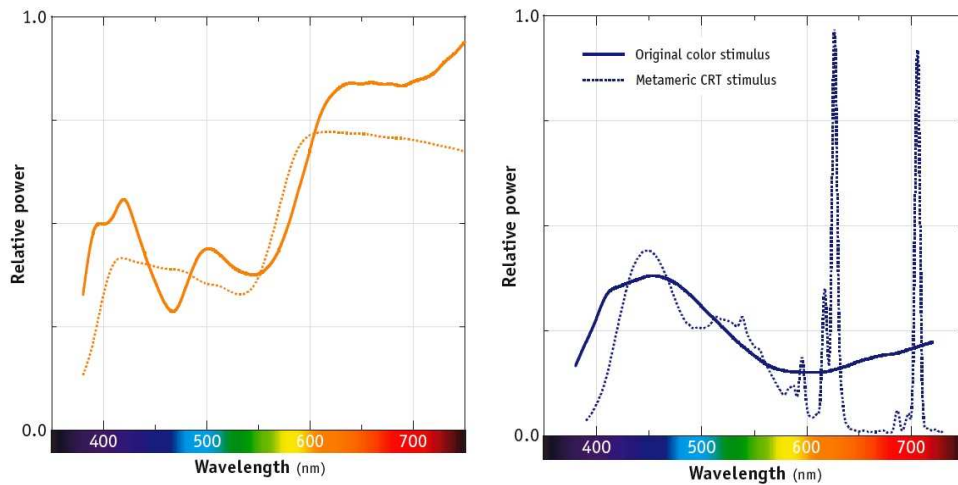
Metamerie bezeichnet den Aspekt, das durch unterschiedliche Spektren erzeugte Farben den gleichen Farbeindruck beim Mensch erzeugen (siehe dazu [2, Seite 9]).

Auf Abbildung 7(a) sieht man zwei verschiedene Farbspektren, welche unter gleichen Lichtbedingungen für das menschliche Auge gleich wirken. Auf (b) sieht man ein Spektrum einer Farbe aus der realen Welt und die Reproduktion dieser Farbe auf einem CRT-Monitor, auch hier wirken beide Farben gleich.

Dies passiert, da der Mensch eine Farbe mit nur drei Sensoren (LMS) wahrnehmen kann, die Farbe aber aus einem wesentlich größeren Spektrum zusammengesetzt ist.

Wie bereits weiter oben ersichtlich umfasst RGB nur eine bestimmte Anzahl an Farben, die somit nicht immer auf die eigentlich gemeinte Farbe Rückschließen lassen. Logischerweise werden also verschiedene reale Farben mit dem gleichen RGB-Farbwert dargestellt.

Ob zwei Farben gleich oder unterschiedlich für den Mensch sind, lässt sich also nicht mit RGB feststellen, sondern nur mit dem CIE-XYZ, da dieses alle vom Menschen wahrnehmbaren Farben beinhaltet. Hat man also zwei Farbspektren



(a) Identische Farbe für das menschliche Auge (bei gleichem Licht)  
 (b) Original und CRT-Reproduziertes Spektrum

Abbildung 7: Metamerische Farbreize [2, Fig. 1.11 und 1.12, Seite 9]

muss man diese ins CIE-XYZ überführen und kann dann feststellen, ob die beiden Farben für den Mensch gleich sind. Sie sind gleich, wenn aus der Berechnung der gleiche XYZ-Wert resultiert.

Wenn unterschiedliche XYZ-Werte bei der Berechnung herauskommen, sind die Farben also unterschiedlich. Da CIE-XYZ nicht gleichabständig ist, kann man aber nicht bestimmen **wie** unterschiedlich die beiden Farben sind. Dies kann man allerdings im hier vorgestellten, gleichabständigen Lab-Farbraum mit der *Delta E*-Formel feststellen.

Die Ergebnisse der *Delta E*-Formel zeigen dann, ob die Farben kaum, oder wesentlich unterschiedlich auf den Mensch wirken. So ergibt beispielsweise ein *Delta E*-Wert zwischen 0 und 0,5 fast keinen wahrnehmbaren Unterschied, Werte größer als 1 einen wahrnehmbarer Unterschied, ab 4 ist dieser Unterschied nicht mehr tolerierbar und ab 5 wird von einer anderen Farbe gesprochen.

## Literatur

1. Ohno, Y.: Cie fundamentals for color measurements. (2000) <http://physics.nist.gov/Divisions/Div844/facilities/photo/Publications/OhnoNIP16-2000.pdf>. 2
2. Giorgianni, E.J., Madden, T.E.: Digital Color Management: Encoding Solutions (The Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology). Wiley (2009) [http://media.wiley.com/product\\_data/excerpt/4X/04705124/047051244X.pdf](http://media.wiley.com/product_data/excerpt/4X/04705124/047051244X.pdf). 1, 2, 3.1, 4, 7
3. Wikipedia - die freie Enzyklopädie: CIE1931 RGB Empfindlichkeitskurven (2009) [http://en.wikipedia.org/wiki/File:CIExy1931\\_sRGB.svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:CIExy1931_sRGB.svg), [Abgerufen am 25.04.2009]. 2
4. Wikipedia - die freie Enzyklopädie: CIE1931 XYZ Empfindlichkeitskurven (2009) [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:CIE\\_1931\\_XYZ\\_Color\\_Matching\\_Functions.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:CIE_1931_XYZ_Color_Matching_Functions.svg), [Abgerufen am 25.04.2009]. 3
5. Wikipedia - die freie Enzyklopädie: CIE Normfarbtafel (2009) <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:CIE-Normfarbtafel.png>, [Abgerufen am 23.04.2009]. 4
6. Stokes, M., Anderson, M., Chandrasekar, S., Motta, R.: A standard default color space for the internet - srgb. Technical report (1996) <http://www.w3.org/Graphics/Color/sRGB>. 3.2.1
7. Wikipedia - die freie Enzyklopädie: sRGB-Gamut im CIE xy-Chromatizitätsdiagramm (2009) [http://en.wikipedia.org/wiki/File:CIExy1931\\_sRGB.svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:CIExy1931_sRGB.svg), [Abgerufen am 25.04.2009]. 5
8. Fairchild, M.D.: Color Appearance Models (The Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology). Wiley (2005) 3.3, 3.3.1
9. Falk, D.R., Brill, D.R., Stork, D.G.: Seeing the Light: Optics in Nature, Photography, Color, Vision, and Holography. Wiley (1986)
10. JISC Digital Media: CIELAB Achsen (2008) <http://www.jiscdigitalmedia.ac.uk/images/cielab.gif>, [Abgerufen am 19.05.2009]. 6