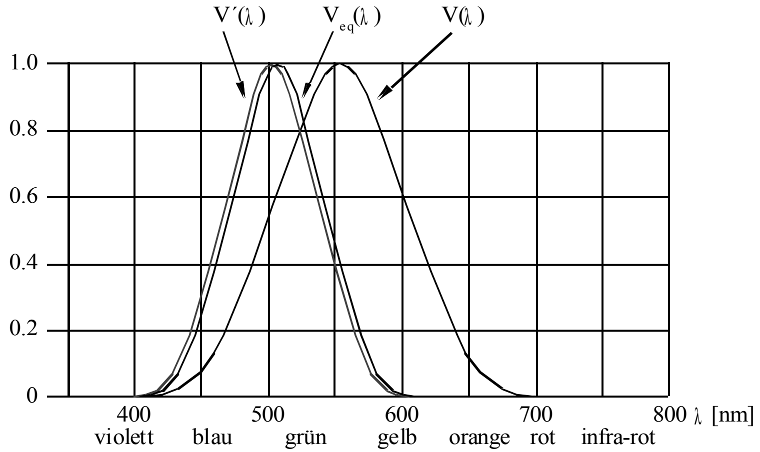
(2) Photometrische und Radiometrische Grundlagen

Vorlesung

„CV-Integration“

S. Müller

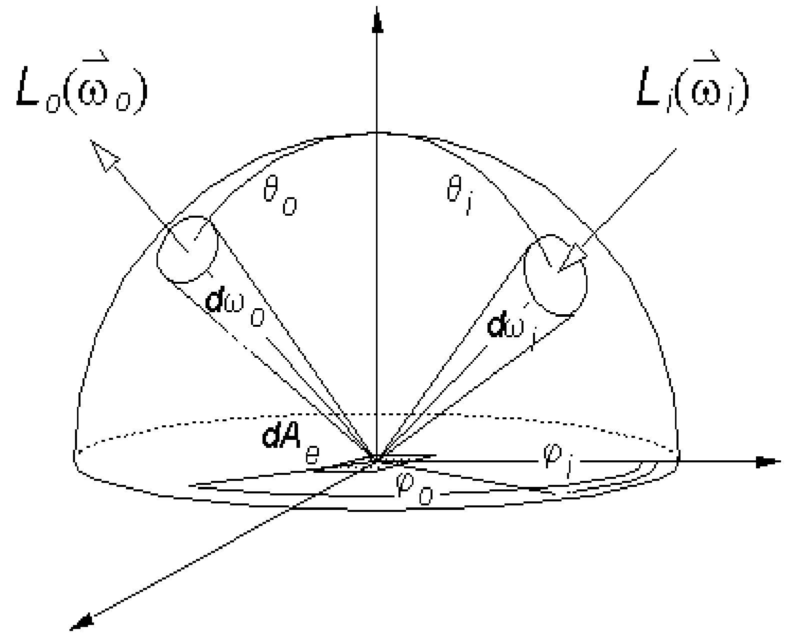


UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Bildentstehungsprozess

Rendering Equation (Kajiya, 1986)

- Realitätsnahes Rendering entspricht der Simulation von Licht



$$L_o\left(dA_e, d\vec{\omega}_o\right) = L_e\left(dA_e, d\vec{\omega}_o\right) + \int_{2\pi} f_r\left(dA_e, d\vec{\omega}_i, d\vec{\omega}_o\right) \cdot L_i\left(dA_e, d\vec{\omega}_i\right) \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i$$

Rendering Equation

$$L_o(dA_e, d\vec{\omega}_o) = L_e(dA_e, d\vec{\omega}_o) + \int_{2\pi} f_r(dA_e, d\vec{\omega}_i, d\vec{\omega}_o) \cdot L_i(dA_e, d\vec{\omega}_i) \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i$$

Erst mal vereinfacht:

- Das „Licht“ L_o, das von einem beliebigen Oberflächenelement dA_e in eine beliebige Richtung ω_o ausgestrahlt wird, ergibt sich aus:
- dem „Licht“ L_e, das von dem Oberflächenelement dA_e in Richtung ω_o emittiert wird, plus
- dem „Licht“ L_i, das von allen möglichen Einfallsrichtungen ω_i einfällt und in Richtung ω_o reflektiert wird.
- f_r ist dabei die 6-dimensionale „Bidirektionale Reflexions-verteilungsfunktion“ (BRDF).
- Analog eigentlich für „untere“ Halbkugel, „Bidirektionale Transmissions-verteilungsfunktion“ (BRTF).

Vorgehen

$$L_o\left(dA_e, d\vec{\omega}_o\right) = L_e\left(dA_e, d\vec{\omega}_o\right) + \int_{2\pi} f_r\left(dA_e, d\vec{\omega}_i, d\vec{\omega}_o\right) \cdot L_i\left(dA_e, d\vec{\omega}_i\right) \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i$$

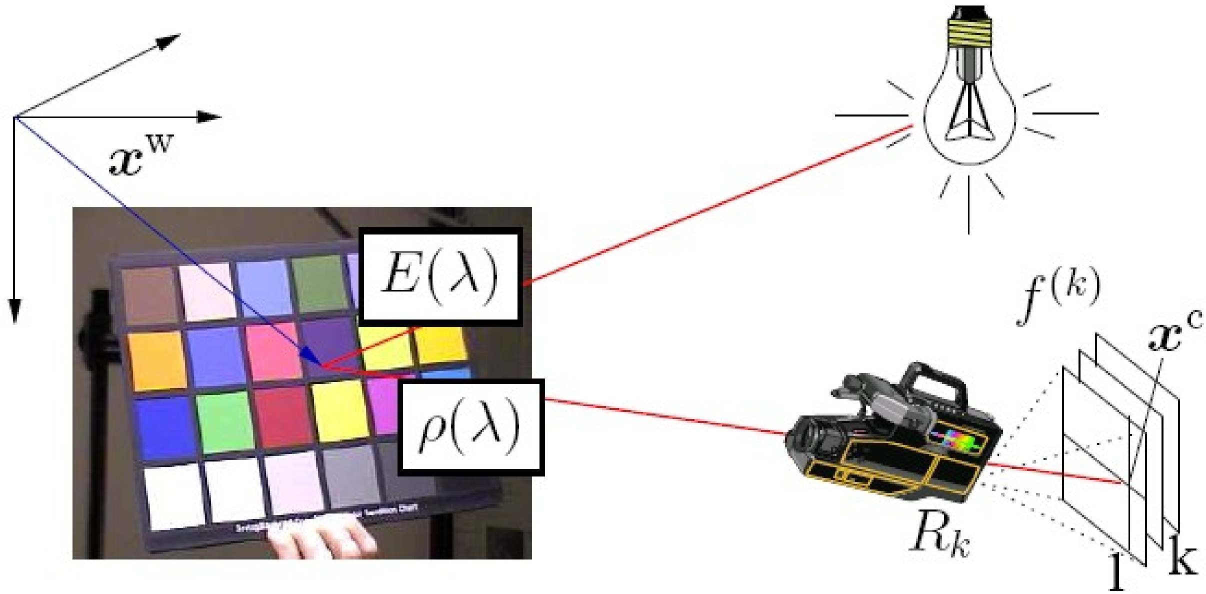
- Eigentlich: Integralgleichungssystem
- Versuch mit verschiedenen Annahmen, um die Rendering Equation zu vereinfachen
  - alle bisherigen Beleuchtungsmodelle lassen sich darauf zurückführen

$$I = d \cdot I_a + \sum_{i=1}^{\#Lq} \left(d \cdot \cos\varphi_i + \rho \cos^n \psi_i\right) \cdot I_{Li} \cdot \delta_i + \rho \cdot I_R + \tau \cdot I_T$$

Globale Lösungsansätze

- Radiosity Verfahren
  - Lösung mit Hilfe von finiten Elementen
- Monte-Carlo- Methoden in Verbindung mit Ray-Tracing
  - Lösung mit Hilfe von stochastischen Verfahren
- Image Based Lighting
  - Lösung mit Hilfe von HDR-Umgebungsbildern

Bildentstehungsmodell BV



$$f^{(k)} = \int_{\lambda} E(\lambda) \cdot \rho(\lambda) \cdot R_k(\lambda) \cdot d\lambda$$

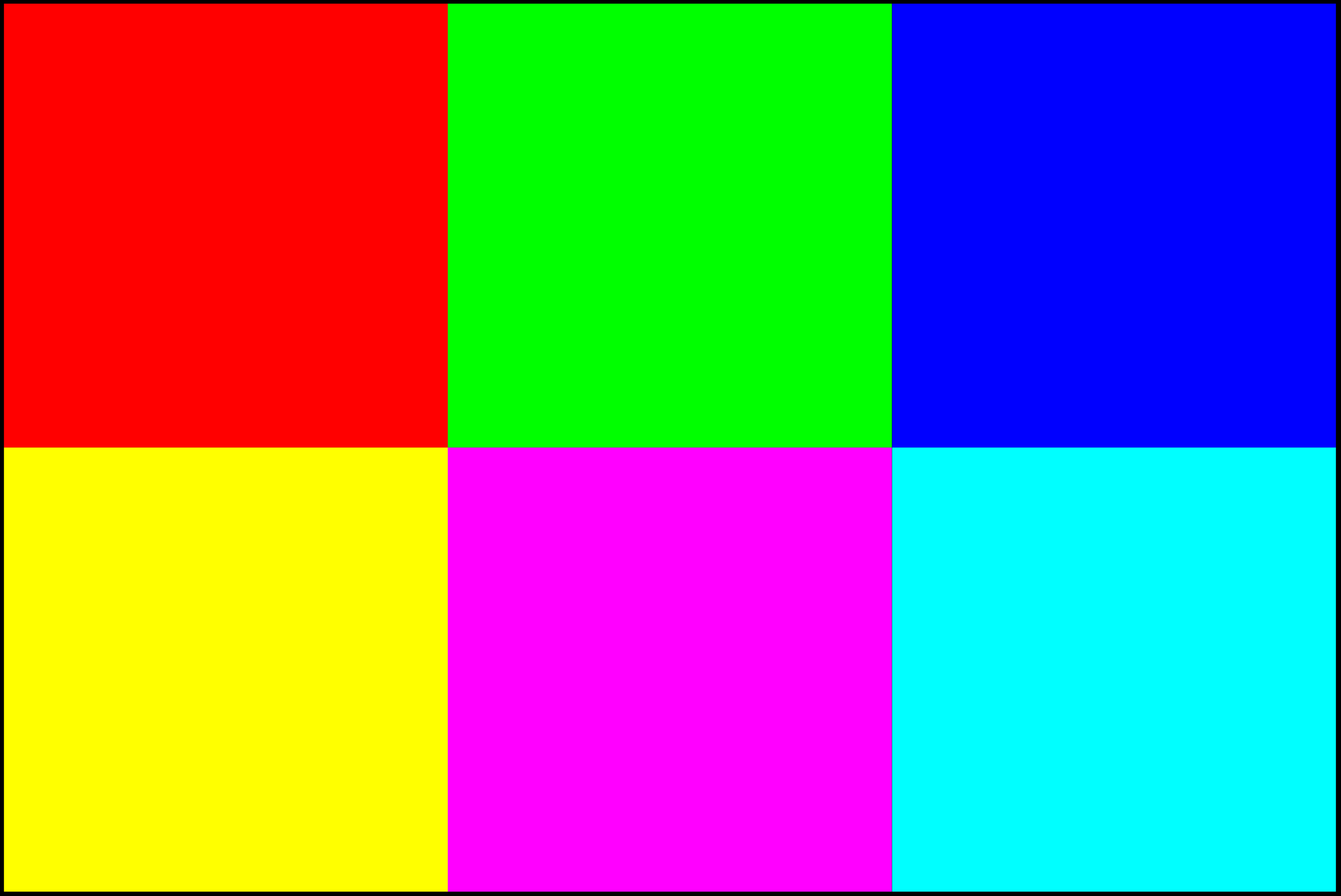
- *f*: Farbe des Pixels für Kanal *k* = rot, grün, blau
- E(λ): einfallendes Licht
- ρ(λ): Reflexionsgrad des Materials
- $R_k(\lambda)$: Sensorantwortkurve für den jeweiligen Farbkanal

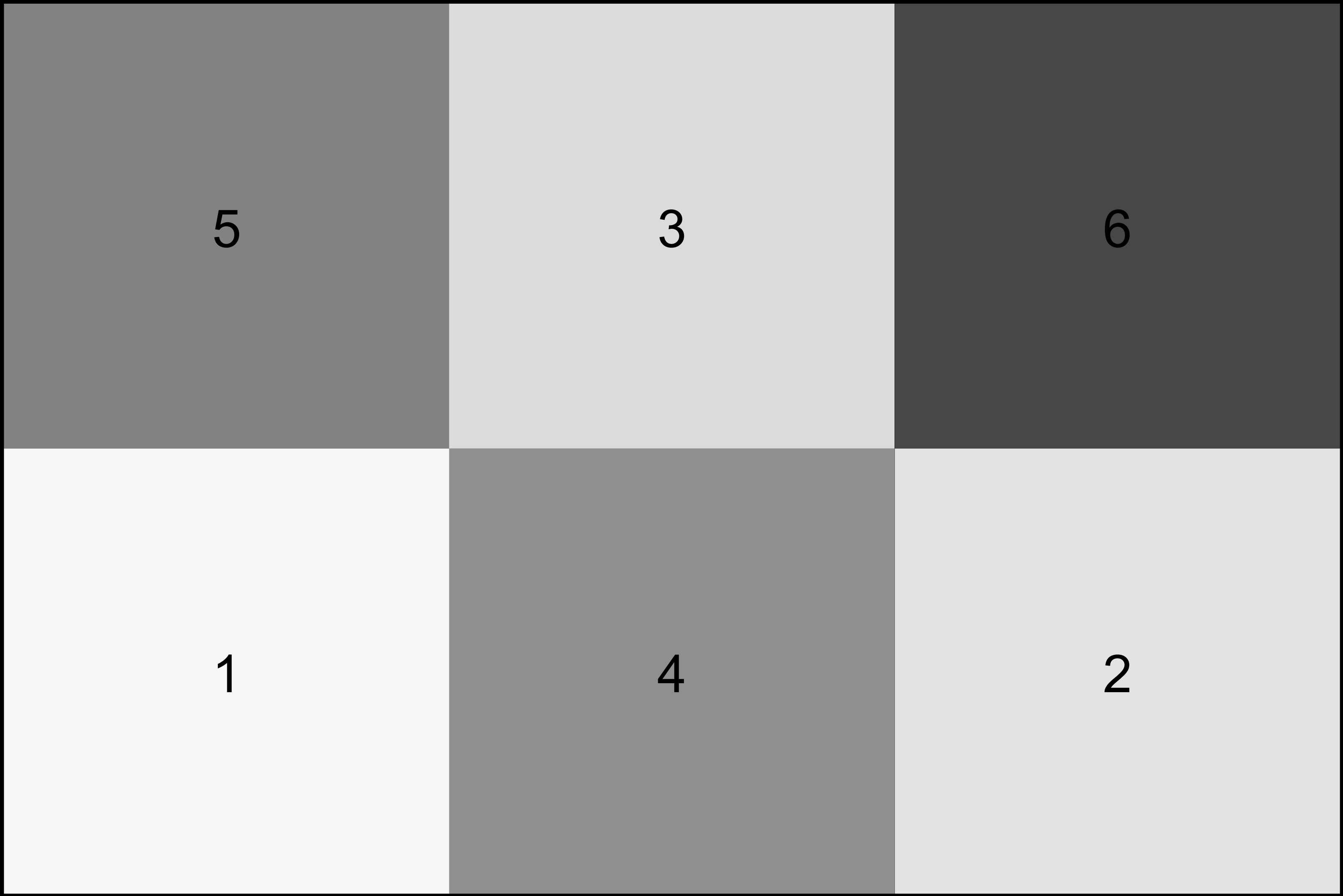
Bildentstehungsmodelle

- Bevor diese Gleichungen im Detail verstanden werden können, müssen die Grundlagen zur Beschreibung von Licht und Farbe erarbeitet werden.
- Die detaillierte Betrachtung der Unterschiede erfolgt später.

Photometrische und Radiometrische Grundlagen

Welches farbige Licht ist „heller“ ?




5
3
6
1
4
2

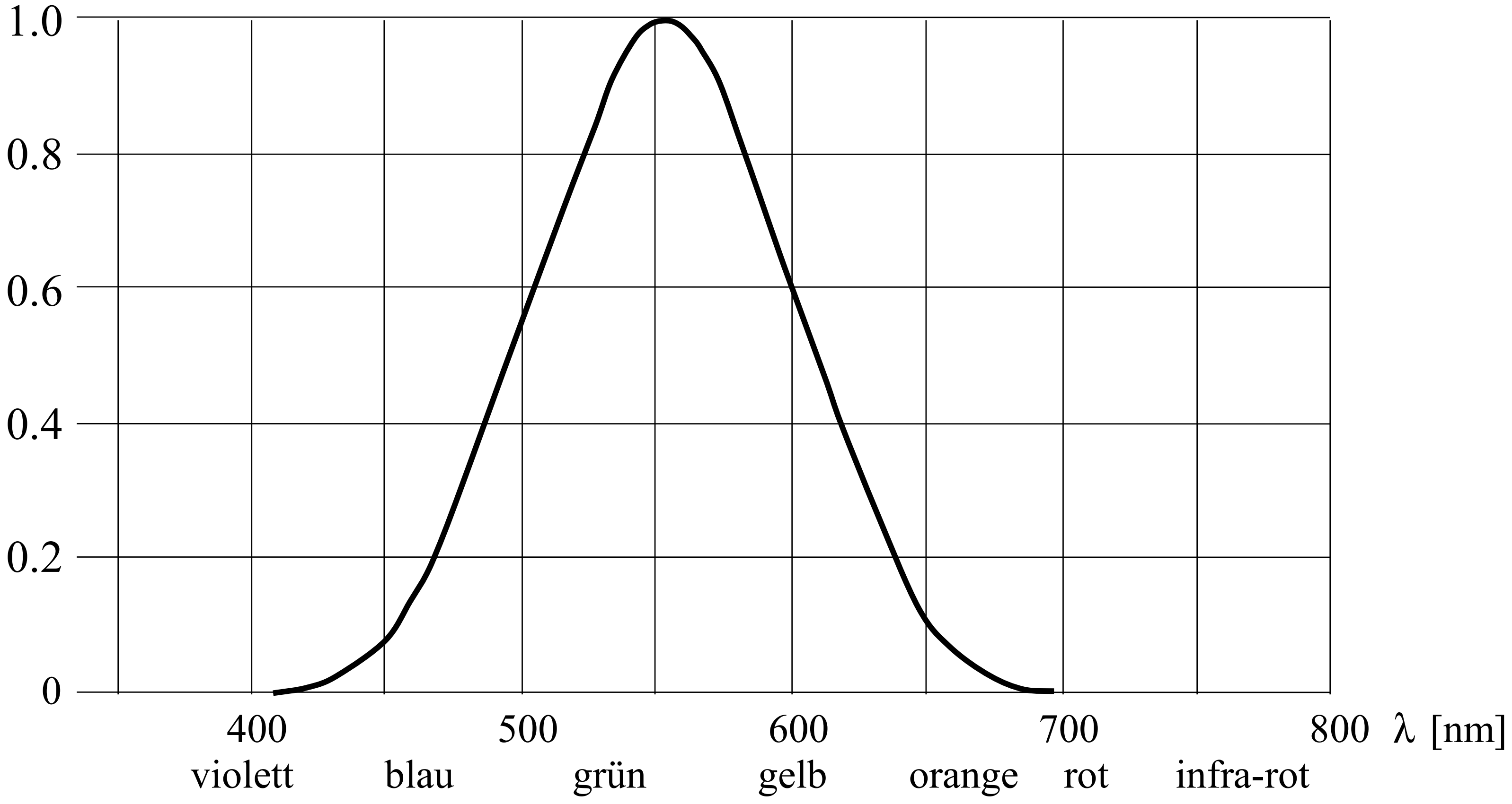
Begriffe

- Strahlungsphysik (**Radiometrie**): physikalische Erfassung und Meßbarkeit von elektromagnetischer Energie. Licht wird mit Hilfe eines Spektrometers für jede Wellenlänge gemessen und damit das Spektrum einer Lichtquelle bestimmt.
- Stichworte: Strahlung, spektrale (wellenlängenabhängige) Größen
- Einheiten:
  - Joule, Watt, Meter,…

Begriffe

- In der **Photometrie** wird die Wirkung des elektromagnetischen Spektrums auf ein visuelles Empfängersystem unter Verwendung physiologischer Aspekte erfaßt.
  - Betrachtet man beispielsweise eine Lampe von 100 Watt, so sagt diese Größe noch nicht aus, wie hell diese Lampe auf einen Menschen wirkt.
- Stichworte: Lichttechnik, Wahrnehmung, Physiologie
- Einheiten:
  - Lumen, Candela, Lux, …

V(λ)-Kurve



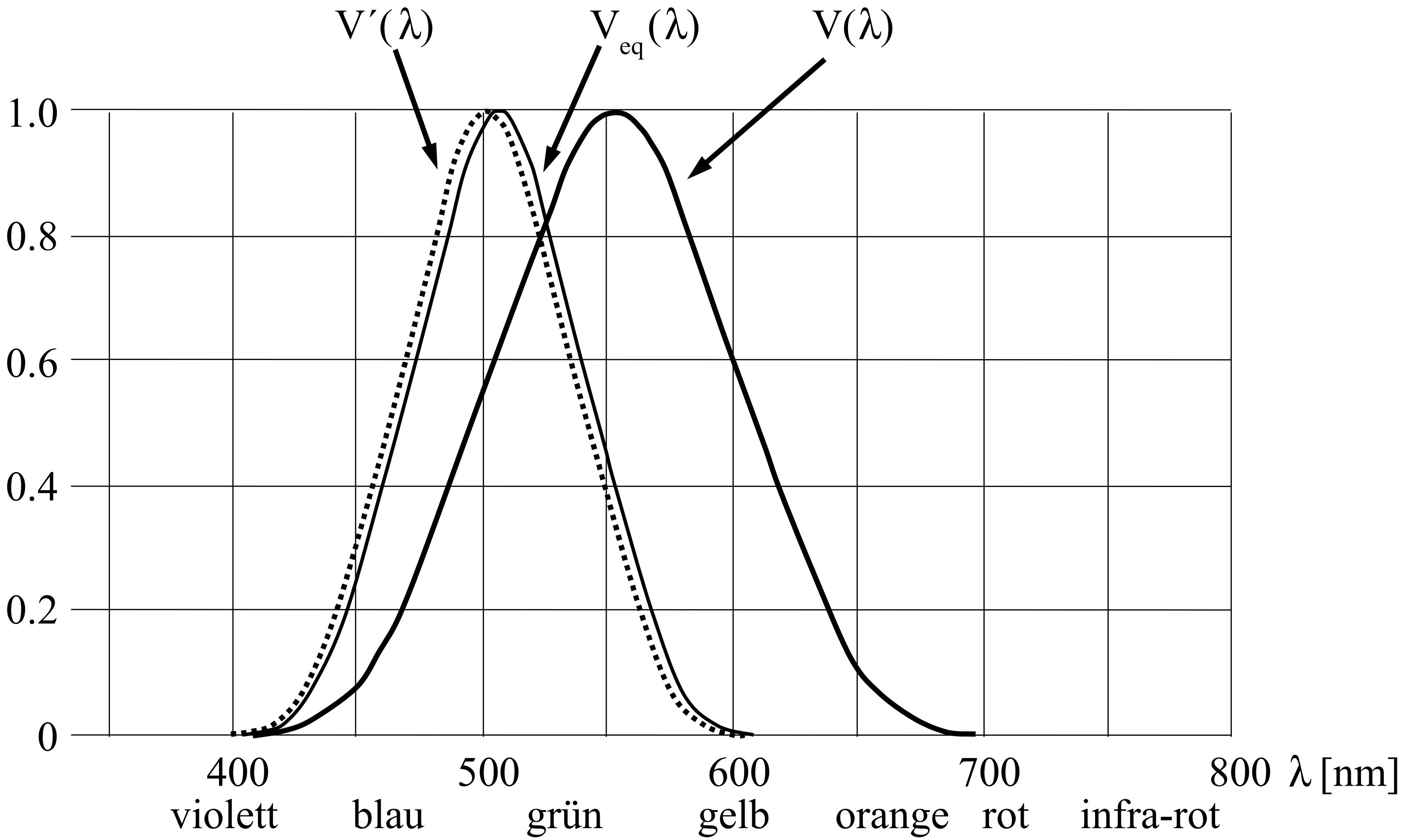
Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad von Testpersonen,
1924: “internationaler Standard-Beobachter”, Deutschland: DIN 5031

Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad

… ist unterschiedlich für:

- $V(\lambda)$: Tagessehen (**photopischer** Bereich, nur Zapfen werden angeregt),
  - $L > 10\ cd \cdot m^{-2}$ (Computerbildschirme sind in diesem Bereich)
- $V_{eq}(\lambda)$: Dämmerungssehen (**mesopischer** Bereich),
  - $L \approx 10\ cd \cdot m^{-2}$
- $V'(\lambda)$: Nachtsehen (**skotopischer** Bereich, nur farbuntüchtige Stäbchen werden angeregt),
  - $L < 10^{-5}\ cd \cdot m^{-2}$

Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad

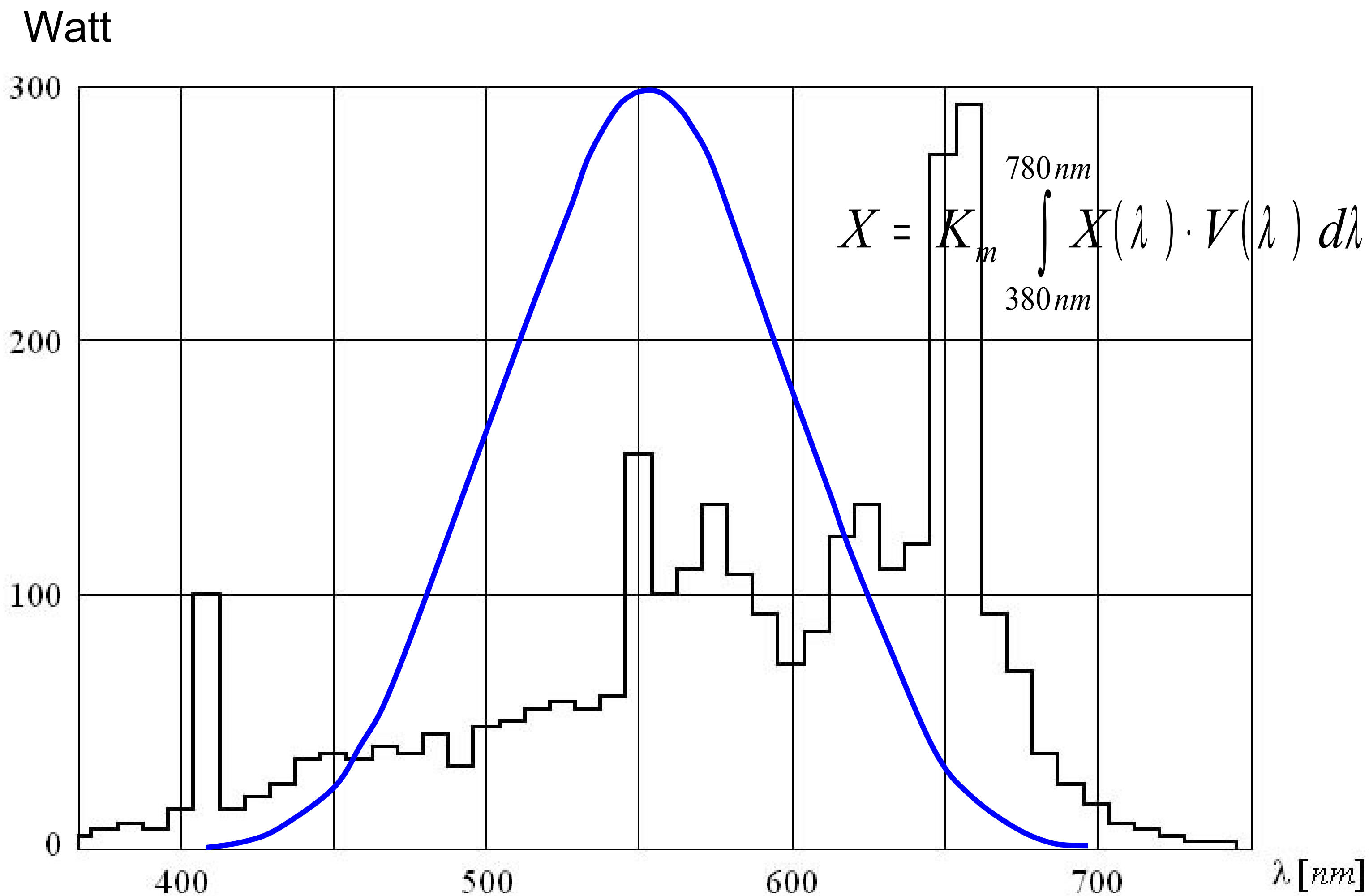


Umrechnung

- Gegeben ist eine beliebige, spektrale Größe *X(λ)*
- Ihr photometrisches „Pendant“ *X* berechnet sich durch Gewichtung mit der *V(λ)*-Kurve:

$$X = K_m \int_{380\,nm}^{780\,nm} X(\lambda) \cdot V(\lambda)\, d\lambda$$

Beispiel: „Strahlungsfluß“ [W]



$$X = K_m \int_{380nm}^{780nm} X(\lambda) \cdot V(\lambda)\, d\lambda$$

UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU

Wieviel Lumen entspricht 1 Watt?

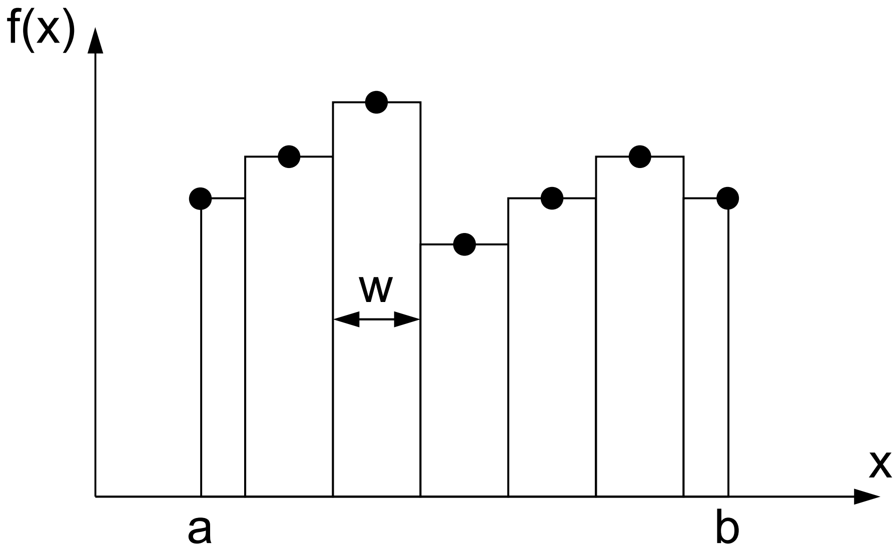
- Festlegen des Einheitensystems war komplexer Standardisierungsprozeß
  - Seit 1967 ist die standardisierte Größe die *Candela*
  - Seit Oktober 1979 orientiert sich ihre Definition an dem Licht von erstarrendem Platin
- **Photometrisches Strahlungsequivalent** (für Tagessehen):

$$K_m = 683 \quad lm \cdot W^{-1}$$

  - (komisches Gefühl: „empirische“ Größe wie die Candela als SI-Basiseinheit: m, s, kg, K, A, cd, mol)

Numerische Integration ?

- Wie berechnet man ein Integral über eine Funktion, die durch *n* Funktionswerte in gleichen Abständen gegeben ist?



$$F = \int_a^b f(x)\, dx$$

$$w = \frac{b - a}{n}$$

Schleife über alle x, Aufsummieren der Rechteck-flächen

$$\sum w \cdot f(x)$$

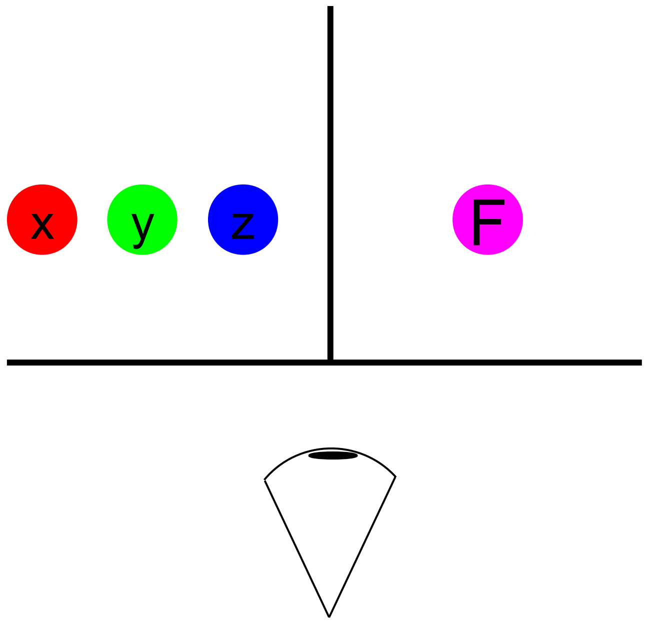
Am Rand nur die halbe Fläche (besser Simpson…)

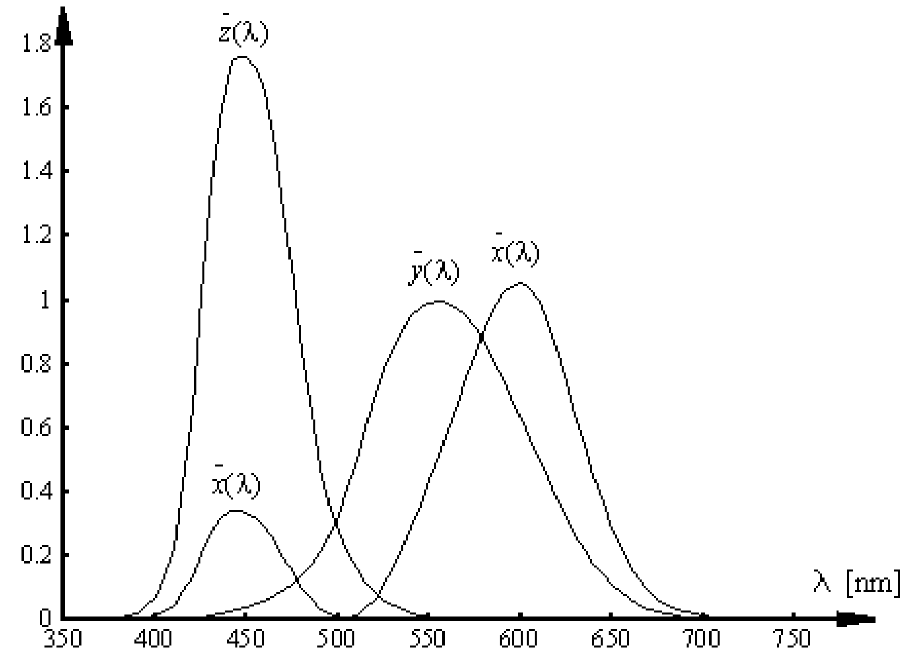
Bemerkung

$$X = K_m \int_{380nm}^{780nm} X(\lambda) \cdot V(\lambda)\, d\lambda$$

- Diese Darstellung ist analog zum Skalarprodukt von Vektoren.
- Einfach ausgedrückt: projiziert man Vektoren auf „Basisvektoren“ (eines Koordinatensystems), so erhält man die jeweilige Koordinate. Dies geschieht durch Multiplikation der einzelnen Komponenten und anschließender Aufsummierung der Werte
- Das gleiche gilt auch für die Projektion von Funktionen auf Basisfunktionen. Das Resultat ist eine „Koordinate“ in dieser Basis.

CIE XYZ-Farbsystem

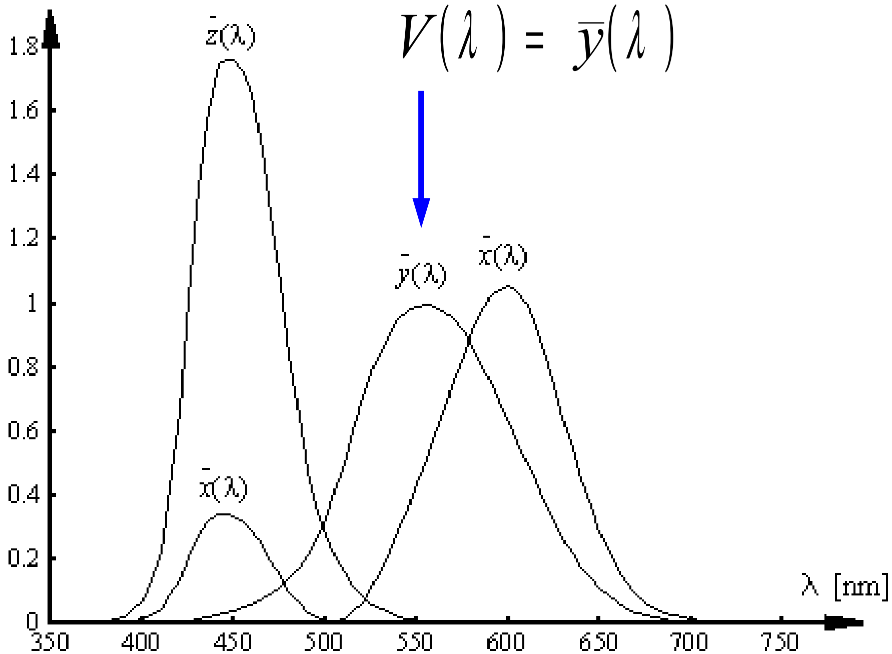




Normspektralkurven

Regelung der xyz-Werte, um eine beliebige, spektrale Farbe
zu erzeugen. Dies führte (nach Umformung) zu den Basisfunktionen.

CIE XYZ-Farbsystem



Normspektralkurven

$$X = \int_{380nm}^{780nm} L(\lambda) \cdot \bar{x}(\lambda)\, d\lambda$$

$$Y = \int_{380nm}^{780nm} L(\lambda) \cdot \bar{y}(\lambda)\, d\lambda$$

$$Z = \int_{380nm}^{780nm} L(\lambda) \cdot \bar{z}(\lambda)\, d\lambda$$

Die Farbe trägt die photometrische Information
(bis auf Skalierung mit K_m)

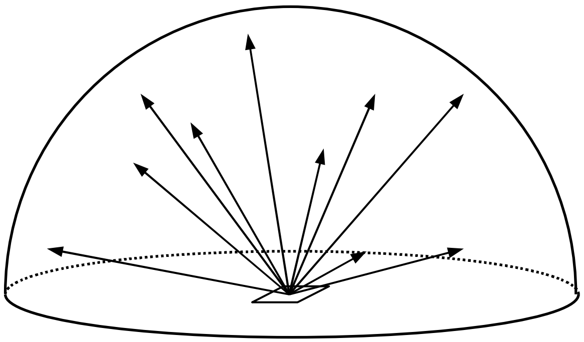
Strahlungsmenge Q(λ), Lichtmenge Q

- Die Lichtmenge Q ist die V(λ)-bewertete Strahlungsmenge Q(λ); Q(λ) bezeichnet den <u>gesamten Energieverlust</u>, den die Quelle durch die Strahlung erleidet
- Die Einheit der
  - Strahlungsmenge ist das *Joule (J)*
  - Lichtmenge ist *Lumen · Sekunde (lm · s)*

$$Q = K_m \int_{380\,nm}^{780\,nm} Q(\lambda) \cdot V(\lambda)\, d\lambda$$

(… das, was man bezahlt…)

Hilfreiche Vorstellung



- Wir können uns vorstellen, dass eine Lichtquelle Photonen in verschiedene Richtungen aussendet.
- Die Strahlungsmenge/Lichtmenge ist dann analog zur Gesamtzahl der ausgesendeten Photonen

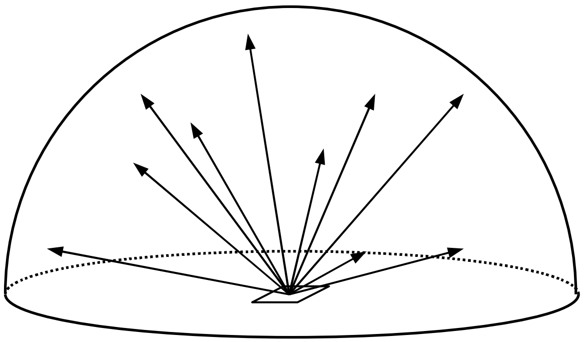
Strahlungsfluß $\Phi(\lambda)$, Lichtstrom Φ

- Eine Lichtquelle gibt in den ganzen Raum einen Strahlungsfluß $\Phi(\lambda)$ ab; $\Phi(\lambda)$ ist der Quotient aus der Strahlungsmenge $Q(\lambda)$ und der Zeit t, und ein Maß für die Leistung der Lichtquelle.

$$\phi = \frac{dQ}{dt}$$

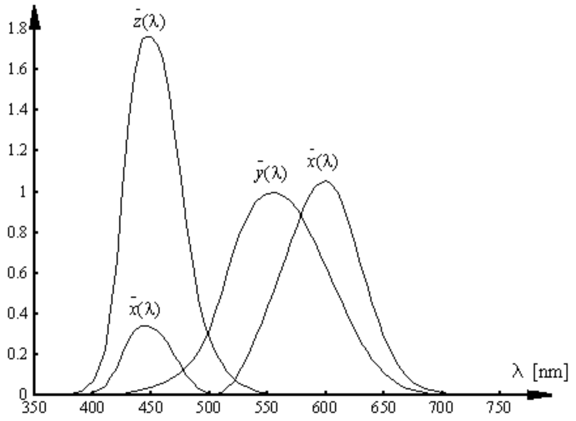
- Die Einheit für den
  - Strahlungsfluß ist das *Watt (W)*
  - Lichtstrom ist das *Lumen (lm)*

Hilfreiche Vorstellung



- Wenn die Strahlungsmenge/Lichtmenge die Gesamtanzahl der ausgesendeten Photonen ist,
- dann ist der Strahlungsfluß/Lichtstrom ein Maß dafür, wie viele Photonen pro Zeiteinheit ausgesendeten werden

Beispiel

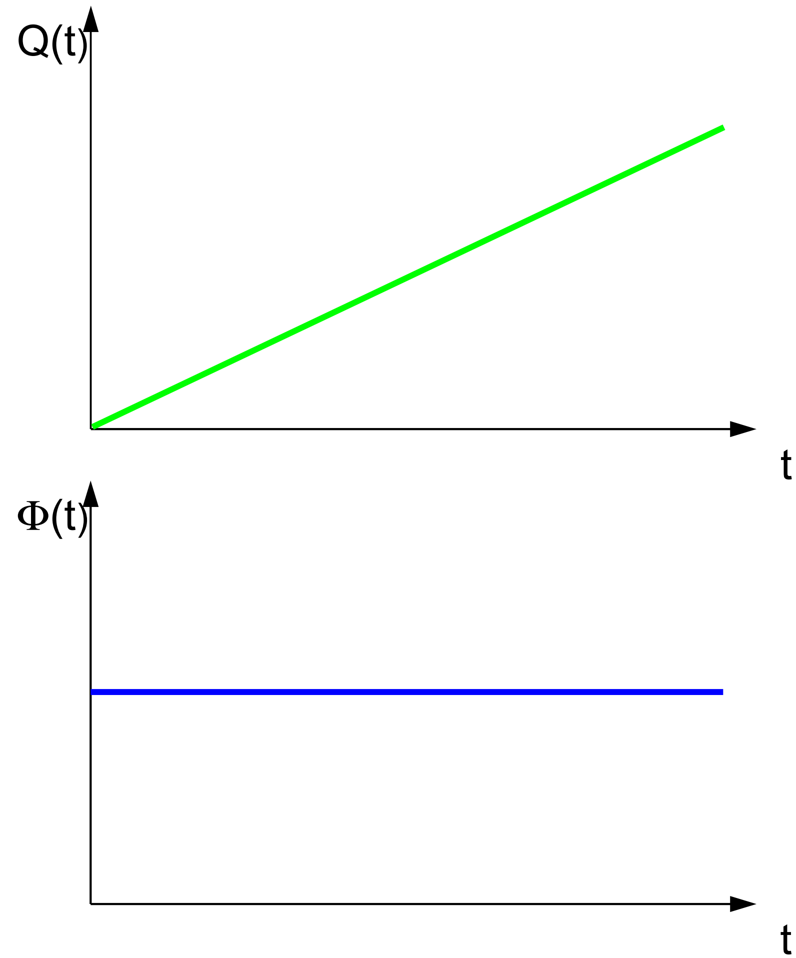


- Das Auge ist für Kaminrot (750 nm) ca. 10.000 mal weniger empfindlich als für Zitronengelb (555 nm)
  - Eine 100 W Lampe Zitronengelb wäre damit genauso hell wie eine 1.000.000 W Lampe Kaminrot

Warum „infinitesimal“?

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \stackrel{?}{=} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \stackrel{?}{=} \frac{Q}{t}$$

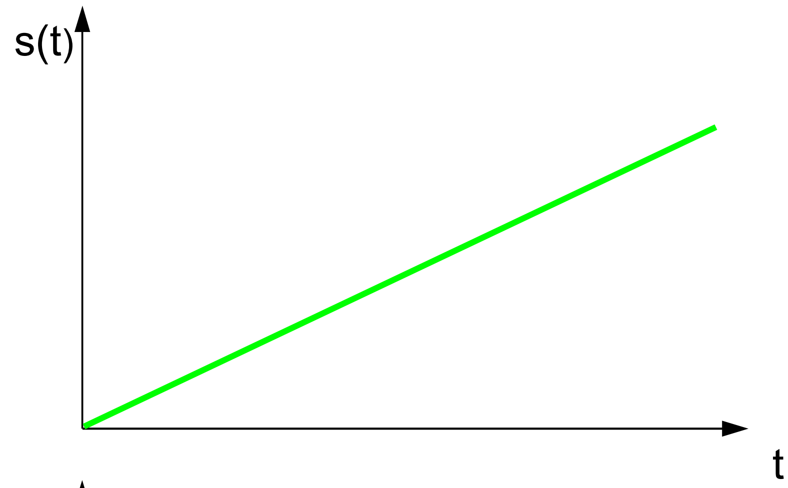
- Eine Lampe „verbraucht“ insgesamt 1 kW-Stunde und war eine Stunde an, wie groß ist ihr Strahlungsfluß?
  - 1 kW
- Eine Lampe „verbraucht“ insgesamt 2 kW-Stunde und war 2 Stunde an, wie groß ist ihr Strahlungsfluß?
  - 1 kW
- Eine 1 kW Lampe brennt 3 Stunden, wie groß ist die „verbrauchte“ Strahlungsmenge
  - 3 kW-Stunden

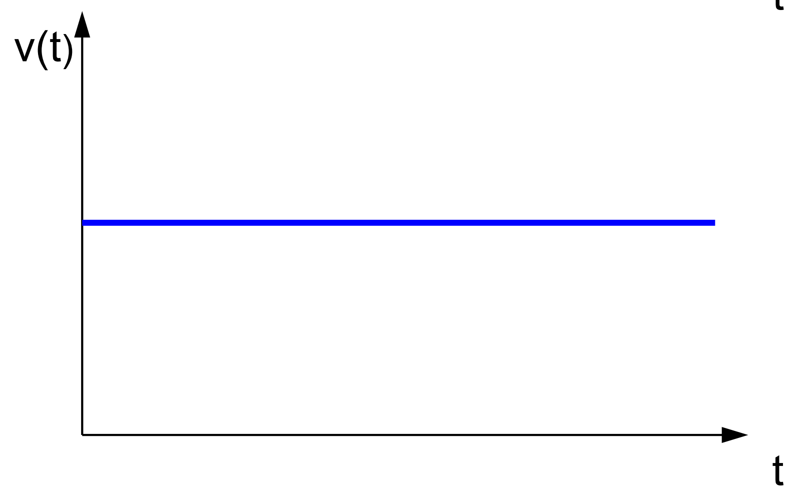


Anderes Beispiel

$$v = \frac{ds}{dt} \stackrel{?}{=} \frac{\Delta s}{\Delta t} \stackrel{?}{=} \frac{s}{t}$$

- Ein Auto legt 10 m zurück und war 10 Sek. unterwegs, wie groß ist seine Geschwindigkeit?
  - 1 m/s
- Ein Auto legt 20 m zurück und war 20 Sek. unterwegs, wie groß ist seine Geschwindigkeit?
  - 1 m/s
- Ein Auto fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 1 m/s insgesamt 30 s. Welchen Weg hat es zurückgelegt?
  - 30 m

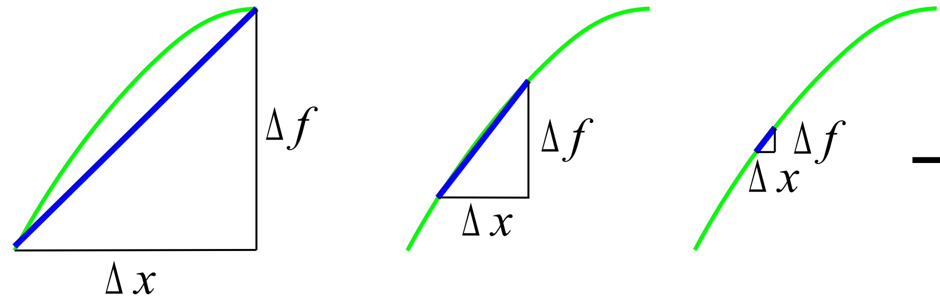




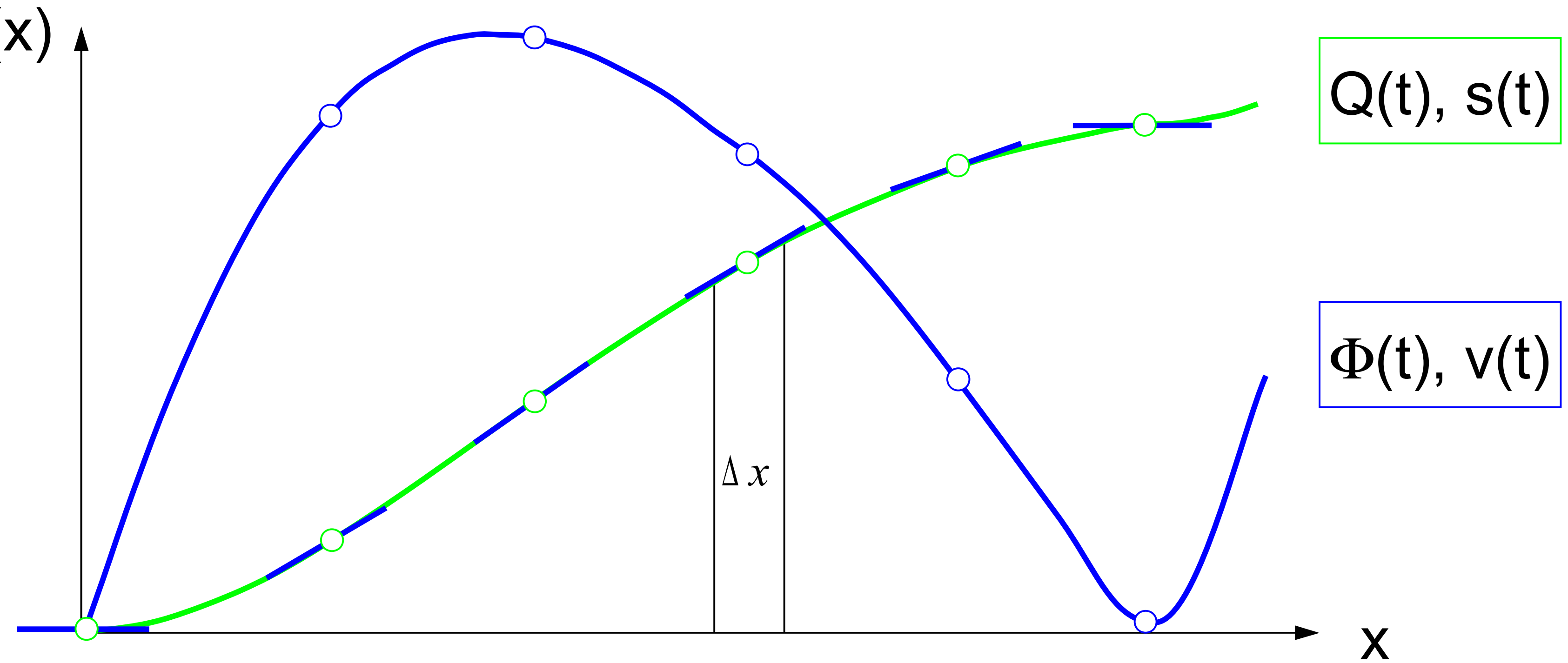
Infinitesimalrechnung I

$$z.B.: \quad \Phi = \frac{dQ}{dt}; \; v = \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}$$



$$\longrightarrow \frac{df}{dx} = f'(x)$$

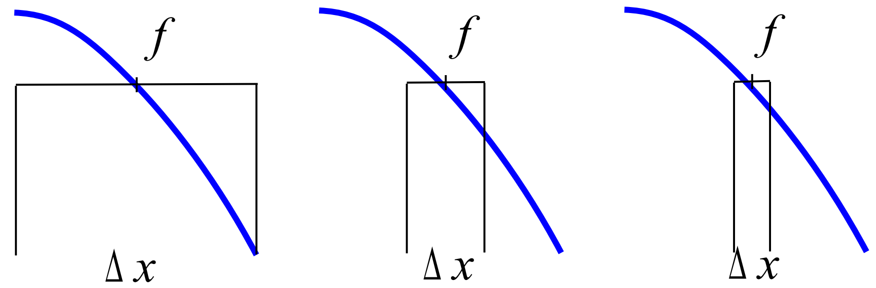


Infinitesimalrechnung II

$$z.B.: \quad dQ = \Phi \cdot dt$$

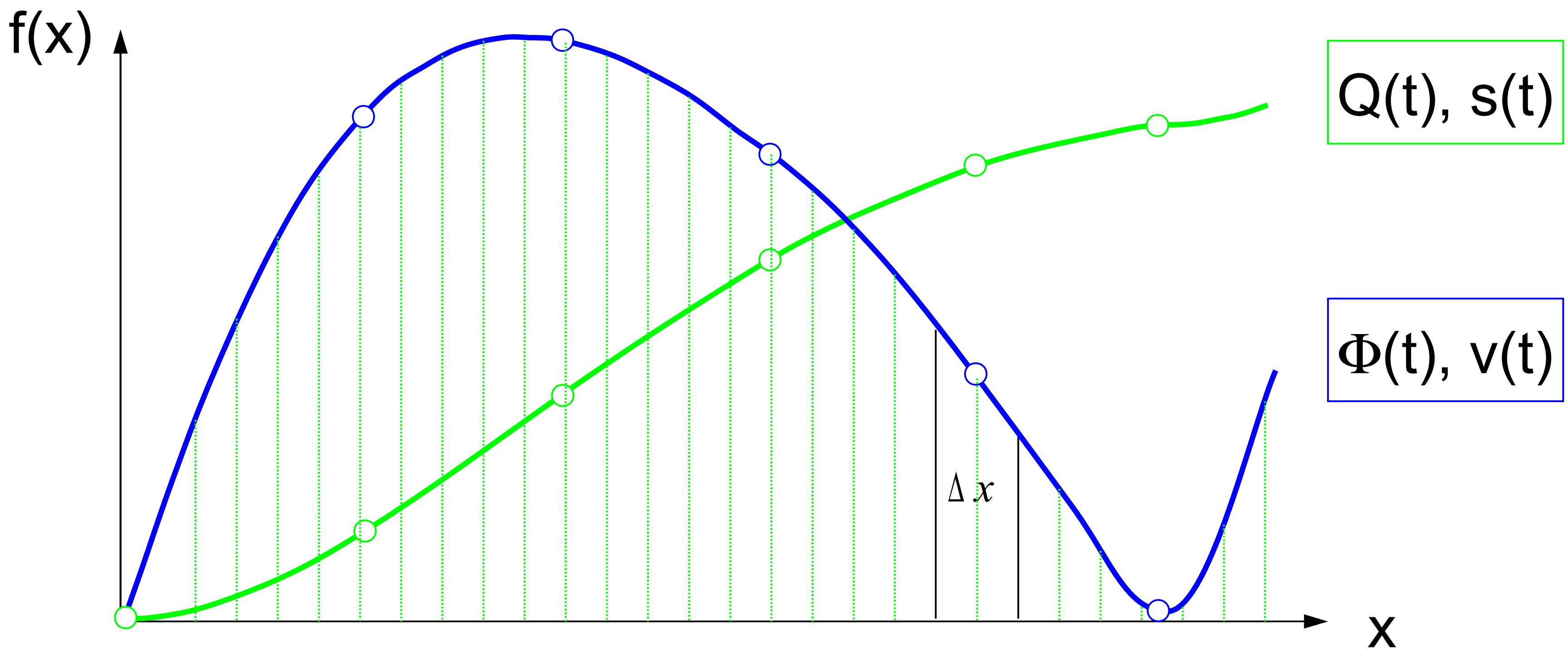
$$ds = v \cdot dt$$

$f \cdot \Delta x$



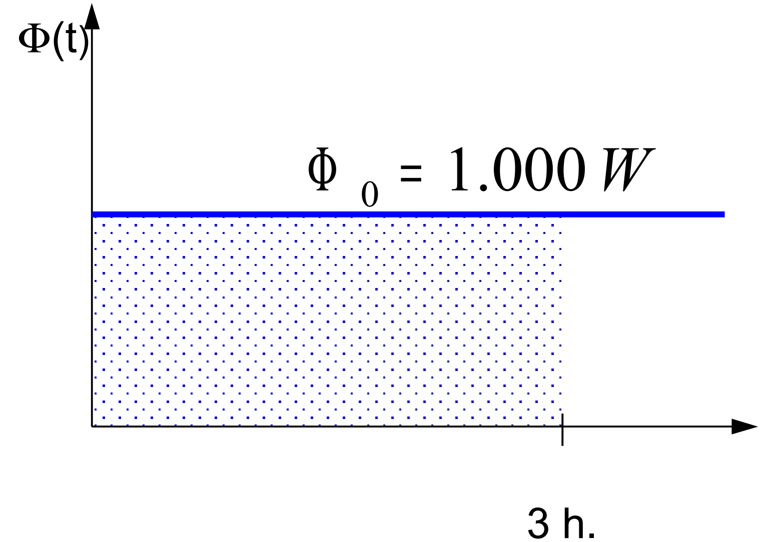
$$dF = f(x) \cdot dx$$

$$F = \int f(x) \cdot dx$$



Beispiel nochmal

- Eine 1 kW Lampe brennt 3 Stunden, wie groß ist die „verbrauchte“ Strahlungsmenge



$$dQ = \Phi \cdot dt$$

$$Q = \int_0^3 \Phi \cdot dt$$

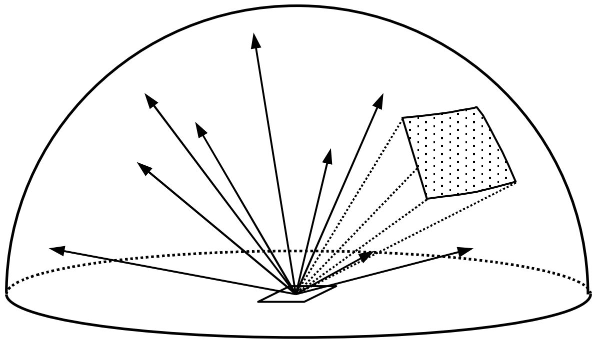
$$Q = \Phi_0 \int_0^3 dt = \Phi_0 \int_0^3 1 \cdot dt$$

$$Q = \Phi_0 [t]_0^3 = 3 \cdot \Phi_0 \qquad Q = 3.000\, Wh$$

Strahlstärke $I(\lambda)$, Lichtstärke I

- Die Strahlstärke $I(\lambda)$ ist der Quotient aus dem von einer Lichtquelle in einer bestimmten Richtung ausgesandten Strahlungsfluß und dem durchstrahlten Raumwinkel

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega}$$

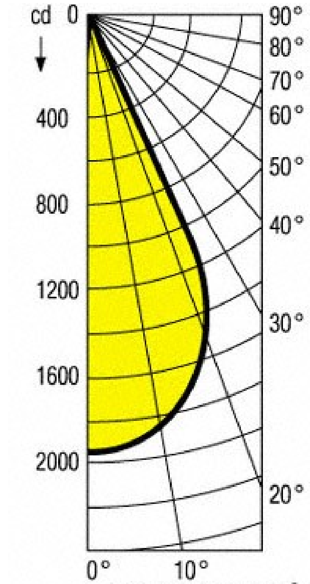


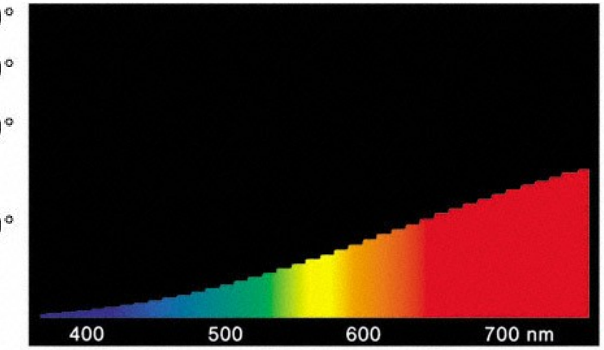
„Wieviele Photoen pro Raumwinkel"

- Die Einheit für die
  - Strahlstärke ist $W \cdot sr^{-1}$
  - Lichtstärke ist die *Candela (cd)*

LVK

- I ist im allgemeinen winkelabhängig.
- Die Abstrahlcharakteristik einer Leuchte wird durch die <u>Lichtstärkeverteilungskurve</u> (LVK) angegeben
- Für die Strahlstärke müsste diese LVK sogar für jede Wellenlänge angegeben werden
  - In der Praxis werden für Lichtquellen oft ihr Spektrum und ihre LVK angegeben





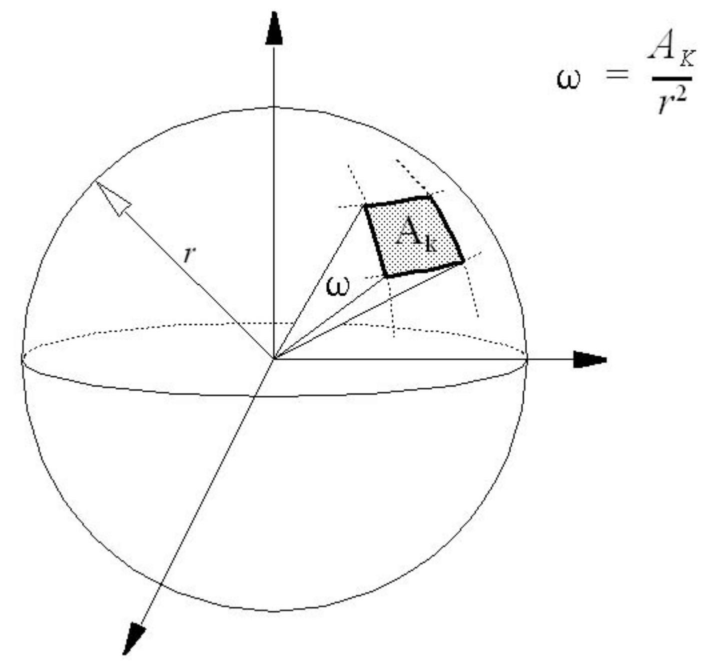
Glühlampenlicht

- Oftmals haben Materialien ein rotationssymmetrisches Abstrahlverhalten (<u>isotrope</u> Materialien)
  - Die LVK ist dann nur abhängig von einem Winkel
- Für <u>anisotrope</u> Mat. wird die LVK in Abhängigkeit von zwei Austrittswinkeln beschrieben

Raumwinkel ω

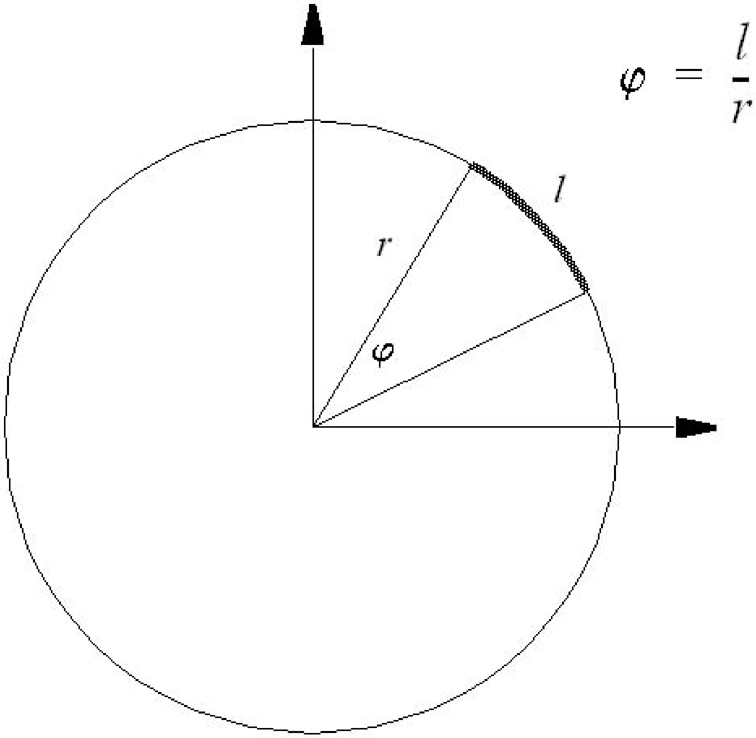
- Der Raumwinkel **ω** ist eine räumliche Erweiterung des zweidimensionalen Winkels im Bogenmaß. Er ist definiert durch das Verhältnis der bedeckten Kugeloberfläche (Kugelkalotte) zum Quadrat des Kugelradius.

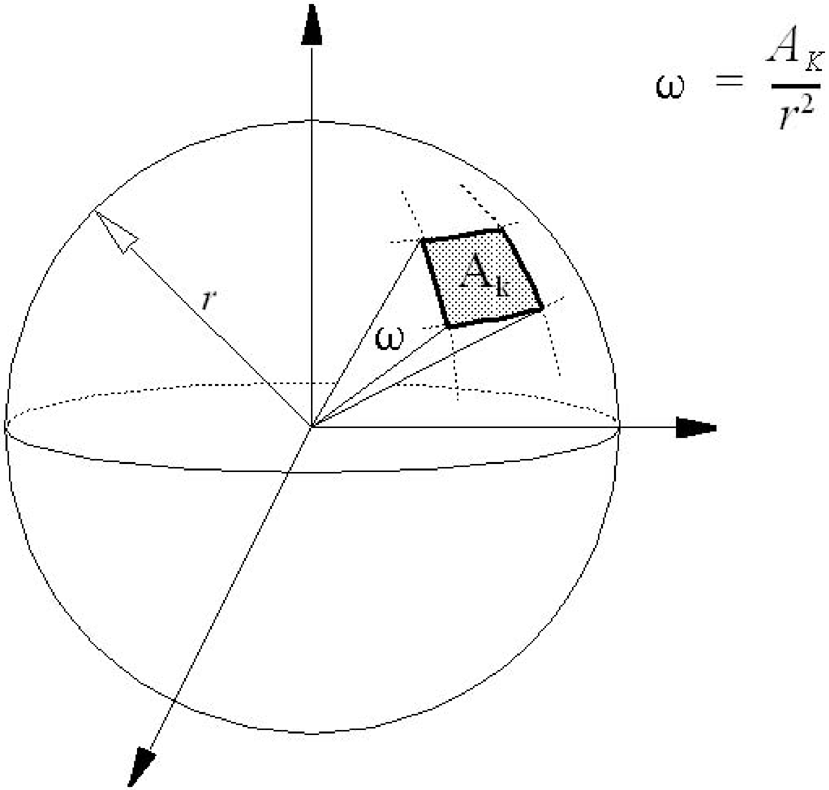
$$\omega = \frac{A_k}{r^2}$$



- Die Einheit ist
  - Steradiant (*sr*)

Winkel, Raumwinkel



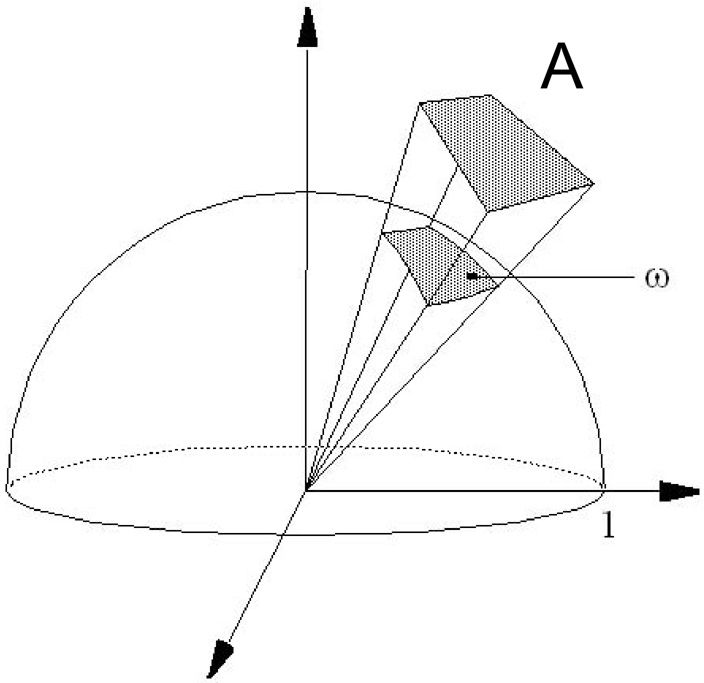


Radiant

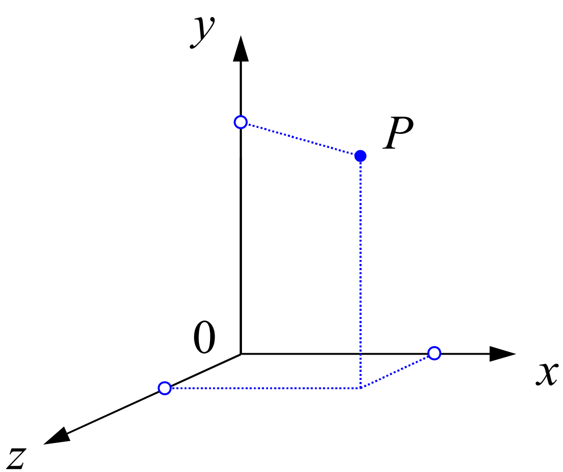
Steradiant

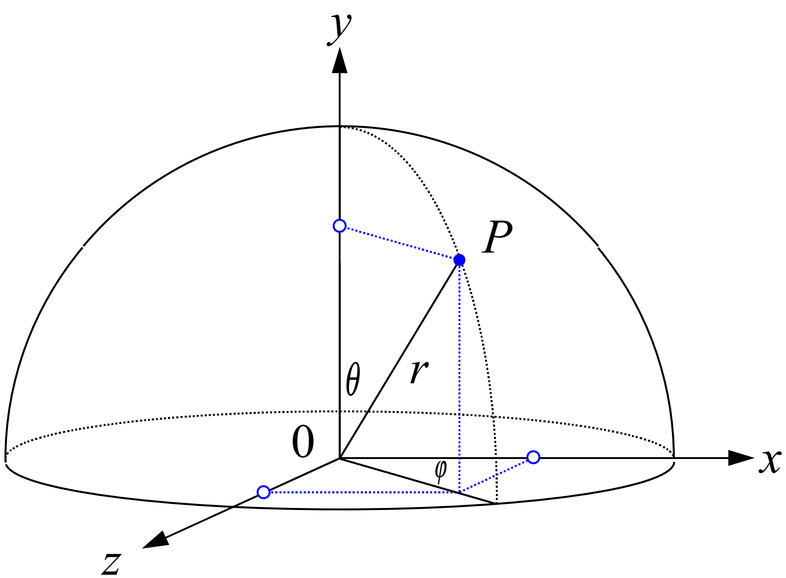
Beispiele: Raumwinkel

- Raumwinkel der gesamten Kugeloberfläche ?
  - 4π sr
- Raumwinkel der Halbkugel ?
  - 2π sr
- Wie berechnet man den Raumwinkel einer beliebigen Fläche (unter welchem Raumwinkel sehe ich eine Fläche) ?
  - Wir müssen die Kugelkalotte bestimmen…



Polarkoordinaten





$$P_{Kart.} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}$$

$$P_{polar} = \begin{pmatrix} \theta \\ \varphi \\ r \end{pmatrix}$$

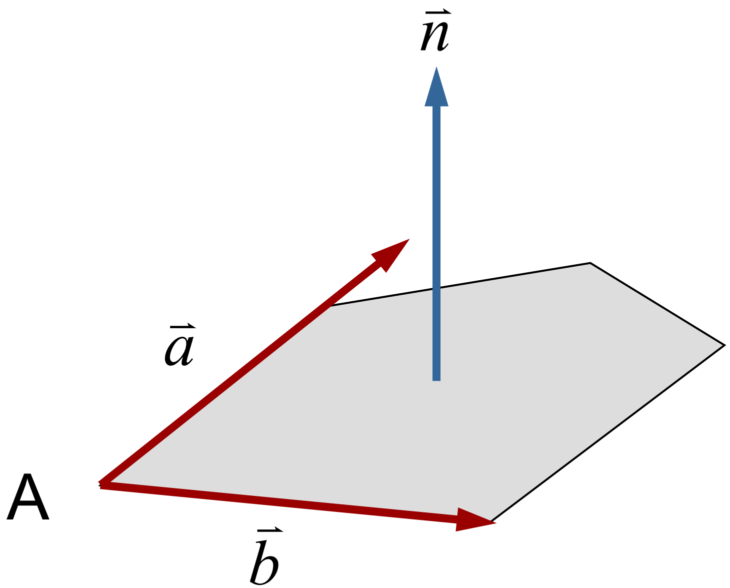
$$\theta \in \left(0, \pi\right) \quad \varphi \in \left(0, 2\pi\right) \quad r \in \left(0, \infty\right)$$

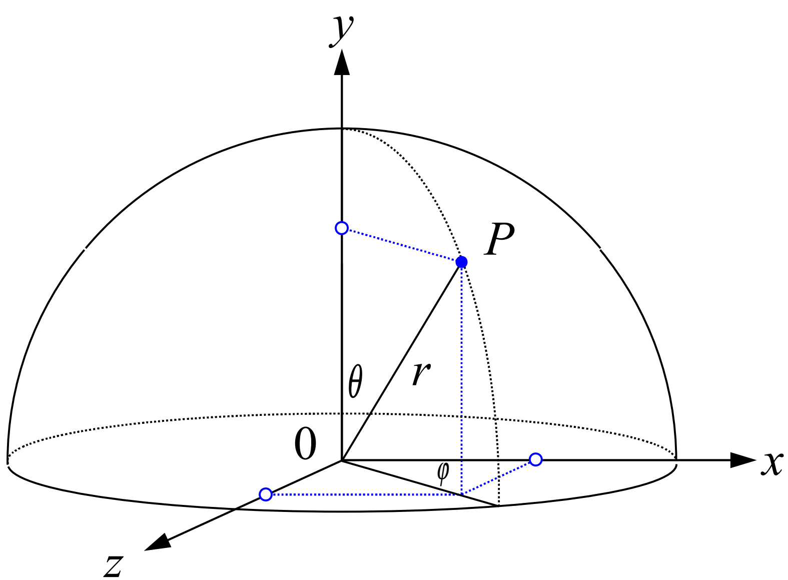
(ganze Kugel…)

UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU

Oberflächen

Lassen sich allgemein durch 2 Parameter (u,v) darstellen





Beliebige Ebene:
Gehe von A *u* mal in Richtung a und *v* mal in Richtung b

Kugel mit Radius r:
z.B. interpretiere *u* und *v* als θ und φ

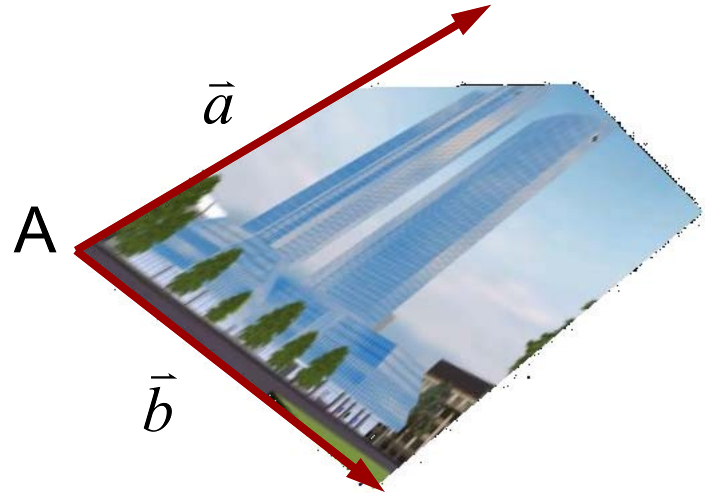
Oberflächenkoordinaten

1

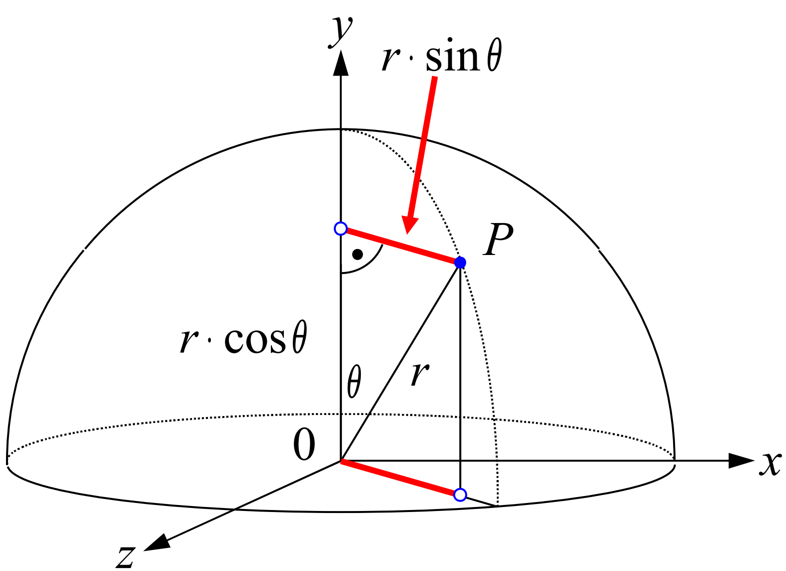
0

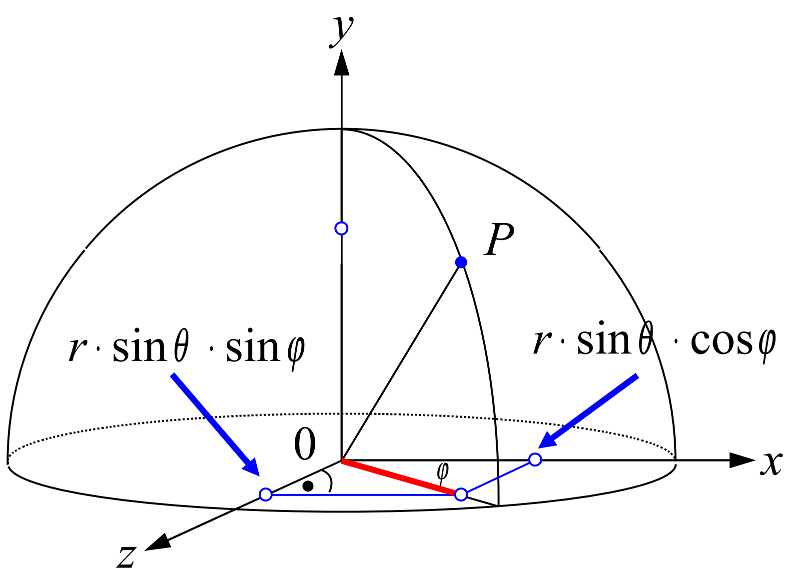
1

Originalbild (Textur)



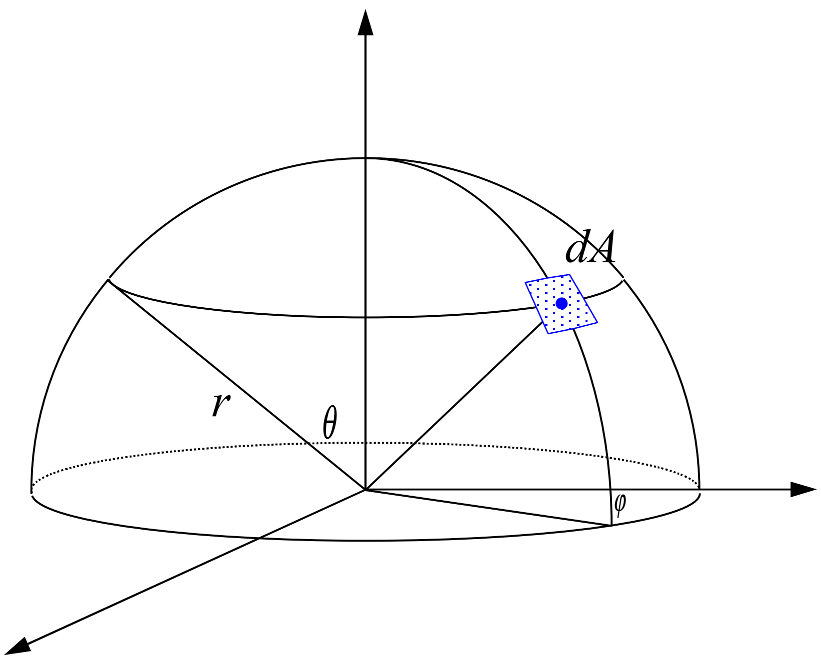
Umrechnung

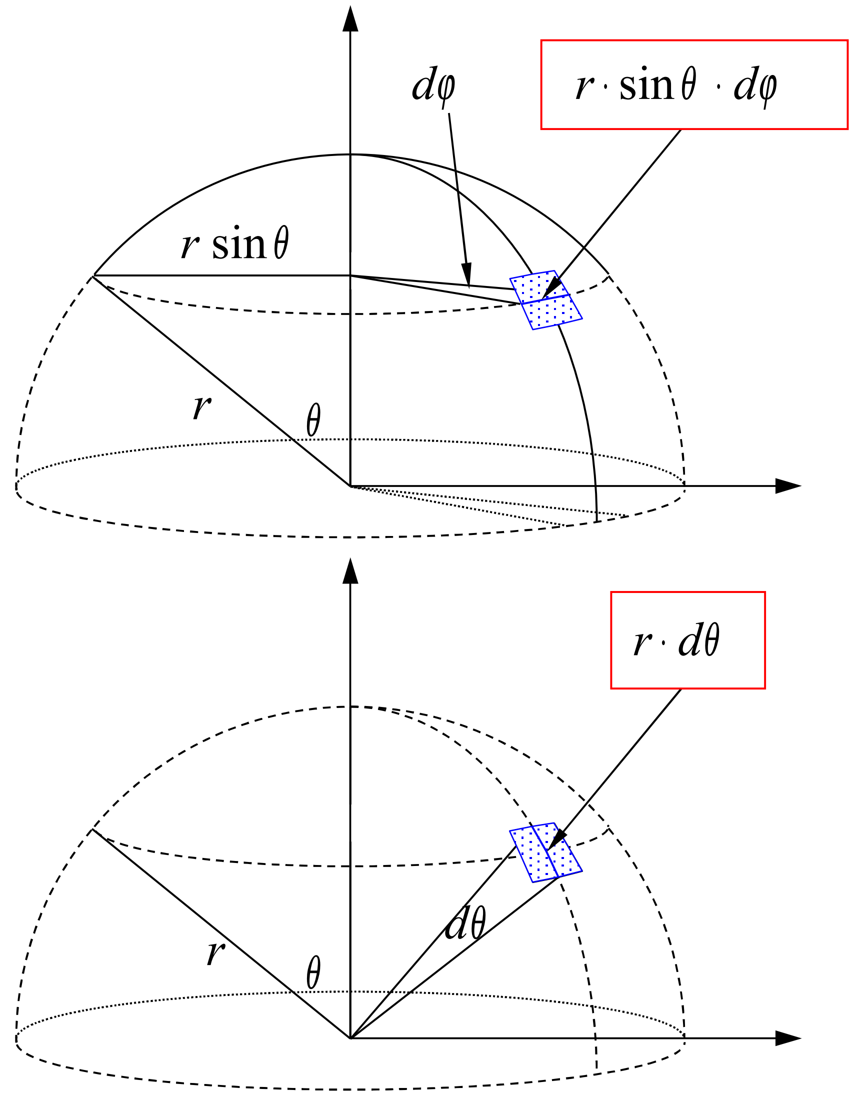




$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi \\ r \cdot \cos\theta \\ r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi \end{pmatrix}$$

Flächenelement auf einer Kugel





$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

UNIVERSITÄT
KOBLENZ · LANDAU

Beispiel 1

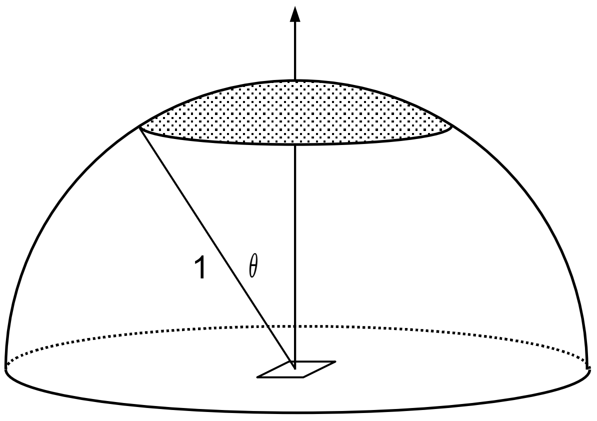
- Welchem „Öffnungswinkel“ entspricht der Einheitsraumwinkel von 1 sr?

$$dA = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$\omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\theta} \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$= 2\pi \int_0^{\theta} \sin\theta \cdot d\theta$$

$$= 2\pi \left(-\cos\theta\right)\Big|_0^{\theta} = 2\pi\left(1-\cos\theta\right)$$



$$\omega = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 32{,}77^{\circ}$$