

Logik für Informatiker

• Aussagenlogik

- **Syntax** der Aussagenlogik: Formeln, Teilformelrelation
- **Strukturelle Induktion** für Aussagenlogik
- **Semantik** der Aussagenlogik
 - * Valuation (Wertebelegung, Modell)
 - * Wahrheitstafel für die logischen Operatoren
 - * Auswertung von Formeln in einer Interpretation
 - * Modell einer Formel(menge)
 - * Definition: allgemeingültige Formeln (Tautologien); erfüllbare/unerfüllbare Formeln
 - * Definition: Folgerung und Äquivalenz
 - * Unerfüllbarkeit und Allgemeingültigkeit:
 - F ist allgemeingültig gdw. $\neg F$ ist unerfüllbar.
 - * Allgemeingültigkeit/Folgerung/Unerfüllbarkeit
 - $F \models G$ gdw. $\models F \rightarrow G$ gdw. $F \wedge \neg G$ unerfüllbar.
 - $F \equiv G$ gdw. $\models F \leftrightarrow G$.
 - $N \models G$ gdw. $N \cup \{\neg G\}$ unerfüllbar.
- **Kalküle** zur Überprüfung der Erfüllbarkeit:
 - * 1. Wahrheitstafelmethode
 - * 2. Äquivalenzumformung (Substitutionstheorem)
- **Normalformen:**
 - * Definitionen: Literal, Klausel
 - * Konjunktive Normalform (KNF); Disjunktive Normalform (DNF)
Herstellung:
 - aus Wahrheitstafel
 - durch Äquivalenzumformung
 - KNF: Mengenschreibweise; Subsumption
- **Erfüllbarkeitsproblem** (SAT-Problem)
 - * Definition
 - * **Theorem** (ohne Beweis): SAT ist ein NP-vollständiges Problem
 - * Teilklassen des Erfüllbarkeitsproblems:
 - Erfüllbarkeit für Formeln in 3-KNF: NP-vollständig
 - Erfüllbarkeit für Formeln in 2-KNF: polynomiell entscheidbar
 - Erfüllbarkeit für Formeln in DNF: polynomiell entscheidbar
 - Horn-Formeln
Theorem: Erfüllbarkeit von Horn-Formeln ist in quadratischer Zeit entscheidbar.
Erfüllbarkeitstest für Horn-Formeln: Markierungsalgorithmus.
- Allgemeingültigkeit, Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit: Entscheidbar
- **Kalküle** zur Überprüfung der Erfüllbarkeit:
 - * 3. Der aussagenlogische Resolutionkalkül (Mengennotation): Resolutionsregel; Korrektheit, Vollständigkeit
 - * 4. 1-Resolution (unvollständig)
 - * 5. Das Davis-Putnam-Verfahren (verschiedene Versionen)
 - * 6. Semantische Tableaux; Klauseltableaux (Korrektheit, Vollständigkeit)
Einschränkungen des Suchraums (Regularität; Schwache Konnektionsbedingung (Connection calculus); Starke Konnektionsbedingung (Modellelimination); Strikte Tableaux)

- **Prädikatenlogik**

- **Syntax** der Prädikatenlogik

- * Terme, Atome, Formeln; Literale; Klauseln
- * Gebundene und freie Variablen
- * Substitutionen
 - Substitution eines Termes für eine Variable;
 - Substitution allgemein
 - Anwendung einer Substitution
 - **Unifikation** (allgemeinste Unifikatoren; Algorithmus nach Martelli/Montanari zur Berechnung allgemeinsten Unifikatoren)

- **Semantik** der Prädikatenlogik

- * Σ -Struktur (Σ -Interpretation, Σ -Modell)
- * (Variablen-) Belegung (Valuation)
- * Wert eines Terms in einer Σ -Struktur bzgl. einer Valuation
- * Wahrheitswert einer Formel in einer Σ -Struktur bzgl. einer Valuation
- * Gültigkeit und Erfüllbarkeit
- * Folgerung und Äquivalenz
- * Eigenschaften von Quantoren; Umbenennung von Variablen

- **Unentscheidbarkeit:** Es gibt Σ , so dass $\text{Gültigkeit}(F)$ unentscheidbar (ohne Beweis)

- **Normalformen** (NNF, Bereinigung, Pränexnormalform); Skolemisierung; KNF

- **Herbrand-Interpretationen**

- **Kalküle** zur Überprüfung der Erfüllbarkeit:

- * Prädikatenlogische Resolution: Prädikatenlogische Resolutionsregel; Faktorisierung (Korrektheit, Vollständigkeit)
- * Prädikatenlogische Tableaux; Tableaux mit freien Variablen
Prädikatenlogische Klauseltableaux
(Korrektheit, Vollständigkeit)